

**ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE  
INGENIEROS INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACIÓN**

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA



**SOLUCIONES DE EXAMENES**  
**Instrumentación Electrónica de Comunicaciones**  
**(Curso, 2006/2007)**



**José M<sup>a</sup> Drake**  
**CTR (Computadores y Tiempo Real)**  
**Dpto. de Electrónica y Computadores**

## Comentarios:

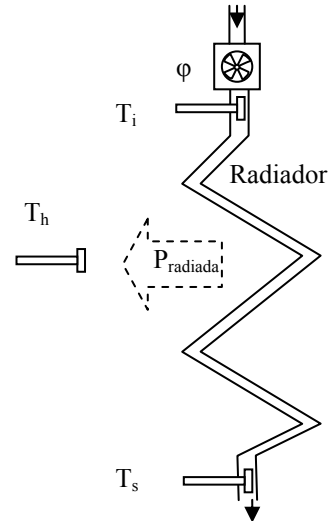
Los enunciados de los exámenes proponen siempre un caso real de instrumentación que debe analizarse. Las posibles soluciones están abiertas a muchas suposiciones e interpretaciones, y en definitiva decisiones, que deben ser tomadas durante el análisis. La lógica de estas suposiciones de acuerdo con el enunciado del problema, es un aspecto muy relevante de la evaluación del examen. Todo ello lleva a **que la solución de un examen no es única**, y la que aquí se propone es solo una de las posibles que podría realizarse.

Los documentos que se proporcionan son documentos de trabajo para la corrección de los exámenes, y no fueron hechos para ser publicados, por lo **que tienen algunos errores tipográficos en las ecuaciones y en los cálculos numéricos** que llevan a los resultados numéricos. Estúdialos con espíritu crítico.

En una fábrica de radiadores de calefacción se ha montado el siguiente sistema para medir la resistencia térmica de los radiadores que se fabrican. Durante una hora se mantiene el radiador conectado. Por el radiador se hace pasar un flujo de agua de aproximadamente 20 litros/minuto. La temperatura del agua que pasa por el radiador es de  $60\text{ }^{\circ}\text{C} \pm 10\text{ }^{\circ}\text{C}$ , y la temperatura de la habitación se mantiene en el rango de  $20\text{ }^{\circ}\text{C} \pm 5\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Cada minuto se evalúa la resistencia térmica y al final de la hora se da como resultado, la media de las 60 medidas realizadas. La resistencia térmica prevista es de  $0.025\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{W}$ .

El sistema está instrumentado de forma que desde el computador de control se puede medir:

- El flujo  $\phi$  (litros/minuto) de agua que pasa por el radiador mediante un flujometro lineal, que genera en su salida una señal analógica en el rango 0-100 mV, siendo su sensibilidad de  $2\text{ mV}/(\text{litro}/\text{min})$ .
- La temperatura  $T_i$  del agua a la entrada del radiador.
- La temperatura  $T_s$  del agua a la salida del radiador.
- La temperatura  $T_h$  de la habitación.



Las temperaturas se miden con el sensor AD590 cuyas hojas características se adjuntan.

La potencia calorífica que radia el radiador se puede deducir del flujo de agua que pasa y de la diferencia entre la temperatura del agua a la entrada del radiador y a la salida del mismo. Expresando la potencia en vatios, las temperaturas en  $^{\circ}\text{C}$  y el flujo en litros/minuto,

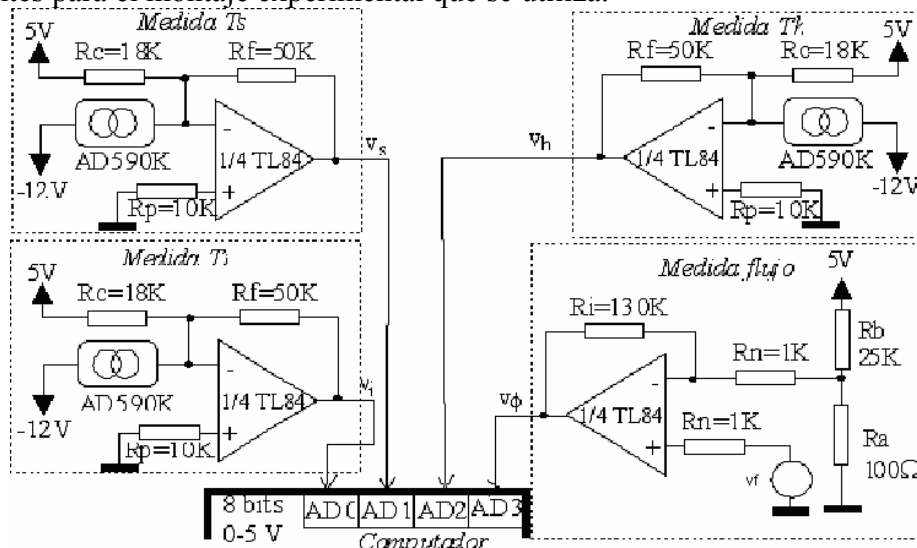
$$P_{radiada} (\text{Wattios}) = 69,75 (T_i - T_s) (\text{ }^{\circ}\text{C}) \phi (\text{litros} / \text{Minuto})$$

si consideramos que  $T_m = (T_i + T_s) / 2$  es la temperatura media del radiador

la resistencia térmica del radiador en  $^{\circ}\text{C}/\text{watio}$ , resulta ser

$$\Theta_{radiador} = (T_m - T_h) / P_{radiada}$$

En la figura se muestra el circuito de adaptación de las señales de los sensores que se utiliza. En él, el rango de medidas de las temperaturas se ha limitado aproximadamente al rango  $0\text{--}100\text{ }^{\circ}\text{C}$ , y el de medida de flujos aproximadamente al rango  $10\text{--}30\text{ (l/min)}$  suficientes para el montaje experimental que se utiliza.



El programa que se utiliza para controlar el proceso de medida es el siguiente:

```
function resistenciaTérmica return float;

const numMedidas:integer=60;
const periodo:float=60.0;
const Vr=5.0;Rc=18000;Rf=50000; KT=1E-6;
const RaRb=99,60;RaRn=90909;Ri=130000;Rn=1000;Kf=2e-3;Rb=25000;
var n:integer;
var resTerMedida: float;
var ti,ts,th,fl,acumMedida: flota;

function leeAD(ch:0..4) return float (* retorna la tensión del AD ch en voltios *)
acumMedida:=0;
begin
  for n:=1 to NumMedidas do begin
    ti:=(leeAD(0)+Vr*Rf/Rc)/KT/Rf;
    ts:=(leeAD(1)+Vr*Rf/Rc)/KT/Rf ;
    th:=(leeAD(2)+Vr*Rf/Rc)/KT/Rf ;
    fl:=(leeAD(3)+Vr*RaRn/(Rb+RaRn)*Ri/Rn)/Kf/(1+Ri/(Rn+RaRb));
    resTerMedida:=((ti+ts)/2-th)/(69.75*(ti-ts)*fl);
    acumMedida:=acumMedida+ resTerMedida;
    sleep(periodo);
  end;
  return acumMedida/NumMedidas;
end;
```

Estudiar para este sistema:

- 1) Suponiendo que en él, todos los elementos son ideales, cual es el error máximo que se comete en la medida de la resistencia térmica como consecuencia de los errores de cuantización de los convertidores A/D.
- 2) Evaluar el error máximo que se comete en la medida de la resistencia térmica si se considera el efecto de los offsets de los amplificadores operacionales.
- 3) Cual es la incertidumbre para un nivel de confianza del 95% que se comete en la medida de la resistencia térmica como consecuencia del ruido que introducen los tres sensores AD591, y supuesto que en el sensor de flujo se genera una interferencia de 50Hz y de amplitud  $5 \text{ mV}_{pp}$ .
- 4) En el entorno industrial en el que se realizan las pruebas predomina las interferencias magnéticas de 50 Hz. Indicar que líneas del circuito hay proteger respecto de las interferencias y de que forma se deben proteger. Si aun así, las interferencias siguen siendo altas, ¿como se podría modificar el programa para amortiguar por software estas interferencias?.
- 5) En las hojas características se describe un error de calibración de  $2.0^\circ\text{C}$  en los transductores de temperatura AD 591K, que existe aun cuando hayan sido calibrados para  $25^\circ\text{C}$ . Este error es incompatible con la operación del sistema que requiere medir diferencias de temperaturas de tan sólo  $1^\circ\text{C}$  entre  $T_i$  y  $T_s$ . Proponer una estrategia para eliminar (o disminuir) el efecto de estos errores del transductor, y de acuerdo con ella, proponer como modificar el programa para incorporarla al proceso de medida.



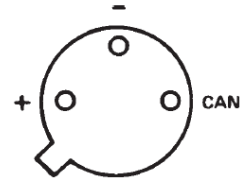
# Two-Terminal IC Temperature Transducer

## AD590

### FEATURES

- Linear Current Output: 1  $\mu\text{A}/\text{K}$
- Wide Range:  $-55^\circ\text{C}$  to  $+150^\circ\text{C}$
- Probe Compatible Ceramic Sensor Package
- Two Terminal Device: Voltage In/Current Out
- Laser Trimmed to  $\pm 0.5^\circ\text{C}$  Calibration Accuracy (AD590M)
- Excellent Linearity:  $\pm 0.3^\circ\text{C}$  Over Full Range (AD590M)
- Wide Power Supply Range: +4 V to +30 V
- Sensor Isolation from Case
- Low Cost

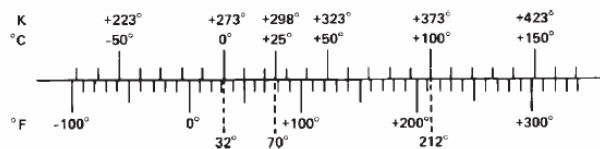
### PIN DESIGNATIONS



BOTTOM VIEW

## AD590—SPECIFICATIONS (@ $+25^\circ\text{C}$ and $V_S = +5\text{ V}$ unless otherwise noted)

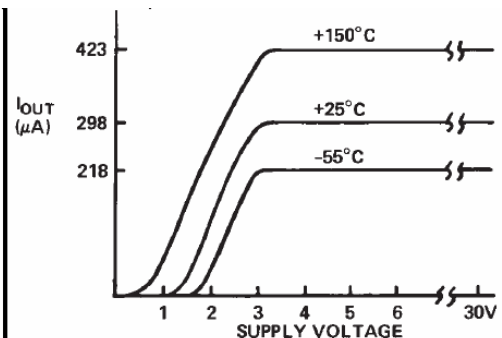
Model	AD590J			AD590K			Units
	Min	Typ	Max	Min	Typ	Max	
<b>ABSOLUTE MAXIMUM RATINGS</b>							
Forward Voltage (E+ or E-)			+44			+44	Volts
Reverse Voltage (E+ to E-)			-20			-20	Volts
Breakdown Voltage (Case E+ or E-)			$\pm 200$			$\pm 200$	Volts
Rated Performance Temperature Range <sup>1</sup>	-55		+150	-55		+150	$^\circ\text{C}$
Storage Temperature Range <sup>1</sup>	-65		+155	-65		+155	$^\circ\text{C}$
Lead Temperature (Soldering, 10 sec)			+300			+300	$^\circ\text{C}$
<b>POWER SUPPLY</b>							
Operating Voltage Range	+4		+30	+4		+30	Volts
<b>OUTPUT</b>							
Nominal Current Output @ $+25^\circ\text{C}$ (298.2K)		298.2			298.2		$\mu\text{A}$
Nominal Temperature Coefficient		1			1		$\mu\text{A}/\text{K}$
Calibration Error @ $+25^\circ\text{C}$			$\pm 5.0$			$\pm 2.5$	$^\circ\text{C}$
Absolute Error (Over Rated Performance Temperature Range)							
Without External Calibration Adjustment			$\pm 10$			$\pm 5.5$	$^\circ\text{C}$
With $+25^\circ\text{C}$ Calibration Error Set to Zero			$\pm 3.0$			$\pm 2.0$	$^\circ\text{C}$
Nonlinearity			$\pm 1.5$			$\pm 0.8$	$^\circ\text{C}$
Repeatability <sup>2</sup>			$\pm 0.1$			$\pm 0.1$	$^\circ\text{C}$
Long-Term Drift <sup>3</sup>			$\pm 0.1$			$\pm 0.1$	$^\circ\text{C}$
Current Noise		40			40		$\text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}$
Power Supply Rejection							
+4 V $\leq V_S \leq$ +5 V		0.5			0.5		$\mu\text{A}/\text{V}$
+5 V $\leq V_S \leq$ +15 V		0.2			0.2		$\mu\text{V}/\text{V}$
+15 V $\leq V_S \leq$ +30 V		0.1			0.1		$\mu\text{A}/\text{V}$
Case Isolation to Either Lead		$10^{10}$			$10^{10}$		$\Omega$
Effective Shunt Capacitance		100			100		pF
Electrical Turn-On Time		20			20		$\mu\text{s}$
Reverse Bias Leakage Current <sup>4</sup> (Reverse Voltage = 10 V)		10			10		pA
<b>PACKAGE OPTIONS</b>							
TO-52 (H-03A)		AD590JH			AD590KH		
Flatpack (F-2A)		AD590JF			AD590KF		



### TEMPERATURE SCALE CONVERSION EQUATIONS

$$^\circ\text{C} = \frac{5}{9} (^\circ\text{F} - 32) \quad K = ^\circ\text{C} + 273.15$$

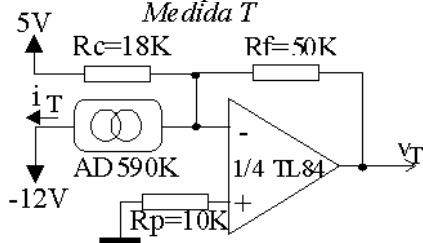
$$^\circ\text{F} = \frac{9}{5} ^\circ\text{C} + 32 \quad ^\circ\text{R} = ^\circ\text{F} + 459.7$$



**Solución del examen**

**Análisis ideal de los circuitos de adaptación.**

Medida de temperaturas



Ecuaciones directas:

$$i_T = 1(\mu A / ^\circ K) (T(^{\circ} C) + 273.15^{\circ} K)$$

$$v_T = i_T R_f - V_r \frac{R_f}{R_c} = 0.05 * T(^{\circ} C) - 0.231 \quad (V)$$

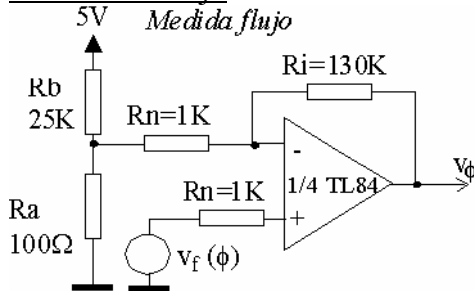
Ecuación inversa:

$$T(^{\circ} C) = \left( \frac{i_T}{1(\mu A / ^\circ K)} - 273.15^{\circ} K \right) = \left[ \frac{v_T + V_r \frac{R_f}{R_c}}{1(\mu A / ^\circ K) R_f} - 273.15^{\circ} K \right] = 20 * v_T (V) + 4.63 \quad (^{\circ} C)$$

Para las temperaturas típicas que se utilizan en el problema, los valores de las tensiones de salida son:

- T=0°C           => v<sub>T</sub>=-0.2314 V
- T=20°C         => v<sub>T</sub>= 0.7686 V
- T=60°C         => v<sub>T</sub>= 2.7686 V
- T=100°C       => v<sub>T</sub>= 4.7686 V

Medidas de flujo



Ecuación directa:

$$v_\phi = 2 \cdot 10^{-3} (V / (\text{litros} / \text{min})) \phi (\text{litros} / \text{min})$$

$$v_\phi = v_f \left( 1 + \frac{R_i}{R_n + R_a // R_b} \right) - V_r \frac{R_a // R_n}{R_b + R_a // R_n} \frac{R_i}{R_n} = 0.238 \phi (\text{litros} / \text{min}) - 2.355 \quad (V)$$

Ecuación inversa:

$$\phi = \frac{1}{2 \cdot 10^{-3}} \frac{v_\phi + V_r \frac{R_a // R_n}{R_b + R_a // R_n} \frac{R_i}{R_n}}{1 + \frac{R_i}{R_n + R_a // R_b}} = 4.194 v_\phi (V) + 9.877 \quad (\text{litro} / \text{min})$$

Para los flujos típicos que se utilizan en el problema, las tensiones de salida son:

- φ=10 (litros/min)   => v<sub>T</sub>=0.0294 V
- φ=20 (litros/min)   => v<sub>T</sub>= 2.414 V
- φ=30 (litros/min)   => v<sub>T</sub>= 4.798 V

Si consideramos que Θ<sub>radiador</sub> = 0.025 °C/W es el valor típico, los valores típicos de las diferentes magnitudes son:

- P<sub>radiada</sub>=1577,4W   T<sub>s</sub>=58,87°C   v<sub>s</sub>=2,7125V   T<sub>i</sub>=60°C   v<sub>i</sub>=2.7686 V   T<sub>h</sub>=20°C
- v<sub>h</sub>=0.7686 V   φ=20 l/min   v<sub>φ</sub>=2.414V

**1º) Error máximo en la medida de la resistencia por los errores de cuantización de la A/D.**

Error máximo en la tensión media por AD de 8 bit y 5 V:

$$\Delta v = V_{FS} * 2^{-(N+1)} = 0.0098 V$$

Error máximo en la medida de una temperatura:

$$\Delta T = \frac{\partial T}{\partial v T} \Delta v = 20 \left( \frac{^{\circ}C}{V} \right) * 0.0098 = 0.1953^{\circ}C$$

Error máximo en la medida del flujo:

$$\Delta \phi = \frac{\partial \phi}{\partial v T} \Delta v = 4.194 \left( \frac{l/min}{V} \right) * 0.0098 = 0.04096 (l/min)$$

Error máximo en la medida de la resistencia térmica:

$$\Delta \Theta = \left| \frac{\partial \Theta}{\partial T_i} \right| \Delta T_i + \left| \frac{\partial \Theta}{\partial T_s} \right| \Delta T_s + \left| \frac{\partial \Theta}{\partial T_h} \right| \Delta T_h + \left| \frac{\partial \Theta}{\partial \phi} \right| \Delta \phi = \left[ \left| \frac{\partial \Theta}{\partial T_i} \right| + \left| \frac{\partial \Theta}{\partial T_s} \right| + \left| \frac{\partial \Theta}{\partial T_h} \right| \right] \Delta T + \left| \frac{\partial \Theta}{\partial \phi} \right| \Delta \phi$$

$$\Theta = \frac{T_i + T_s + 2 * T_h}{(T_i - T_s) * 139.5 * \phi} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial \Theta}{\partial T_i} = \frac{2(T_h - T_s) \Theta}{(T_i - T_s)(T_i + T_s - 2T_h)} = -0.0218(W^{-1}) \\ \frac{\partial \Theta}{\partial T_s} = \frac{2(T_i + T_h) \Theta}{(T_i - T_s)(T_i + T_s - 2T_h)} = 0.0224(W^{-1}) \\ \frac{\partial \Theta}{\partial T_h} = \frac{-2\Theta}{T_i + T_s - 2T_h} = -0.000634(W^{-1}) \\ \frac{\partial \Theta}{\partial \phi} = \frac{-\Theta}{\phi} = -0.0012(^{\circ}C \text{ min}/W l) \end{cases}$$

$$\Delta \Theta = 0,0218 * 0,1953 + 0,224 * 0,1953 + 0,000634 * 0,1953 + 0,0012 * 0,04096 = 0,0088^{\circ}C / W \Rightarrow 35,24\%$$

El error que se introduce es muy alto, debido a la falta de precisión para medir la diferencia  $T_i - T_s$ .

**2) Error máximo debido a los offsets de tensión de los amplificadores operacionales:**

El amplificador operacional TL081C tiene como parámetros de offset:

$$V_{\text{offset Típico}} = 3 \text{ mV} \quad I_{\text{Bias}} = 30 \text{ pA} \quad (\text{despreciable}) \quad I_{\text{Offset}} = 5 \text{ pA} \quad (\text{despreciable})$$

El error en la medida de la temperatura debida al offset de los AO es

$$\Delta V_{\text{Offset}} = V_{\text{offset}} * \left( 1 + \frac{R_f}{R_c} \right) = 3 \text{ mV} * 3.78 = 11.33 \text{ mV}$$

$$\Delta T = \frac{\partial T}{\partial V_T} \Delta V_{\text{Offset}} = 20 \left( \frac{^{\circ}C}{V} \right) * 11.33 * 10^{-3} V = 0.22^{\circ}C$$

El error en la medida del flujo debido al offset de los AO es

$$\Delta V_{T_{offset}} = V_{offset} * \left( 1 + \frac{R_i}{R_n + R_a // R_b} \right) = 3 \text{ mV} \times 119.18 = 0.358 \text{ mV}$$

$$\Delta \phi = \frac{\partial \phi}{\partial V_T} \Delta V_{T_{offset}} = 4.194 \left( \frac{l / \text{min}}{V} \right) \times 0.358 \text{ V} = 1.50 (l / \text{min}) \Rightarrow 7.7\%$$

El error máximo que se produce en la medida de la resistencia térmica es

$$\Delta \Theta = \left| \frac{\partial \Theta}{\partial T_i} \right| \Delta T_i + \left| \frac{\partial \Theta}{\partial T_s} \right| \Delta T_s + \left| \frac{\partial \Theta}{\partial T_h} \right| \Delta T_h + \left| \frac{\partial \Theta}{\partial \phi} \right| \Delta \phi = \left[ \left| \frac{\partial \Theta}{\partial T_i} \right| + \left| \frac{\partial \Theta}{\partial T_s} \right| + \left| \frac{\partial \Theta}{\partial T_h} \right| \right] \Delta T + \left| \frac{\partial \Theta}{\partial \phi} \right| \Delta \phi =$$

$$= 0,0218 * 0,358 + 0,224 * 0,358 + 0,000634 * 0,358 + 0,0012 * 1.50 =$$

$$= 0,09 \text{ } ^\circ\text{C} / \text{W} \Rightarrow 360\%$$

Los errores superan en incluso el valor que se mide.

### 3) Incertidumbre en la medida de la resistencia térmica como consecuencia del ruido en los sensores.

#### Ruido en $V_T$ generado por un sensor de temperatura

De las hojas características el ruido de un sensor AD590:  $i_{noise} = 40 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$

La anchura de banda entre el sensor y la salida:  $BW_T = f_T \alpha = f_T \frac{R_c}{R_c + R_f} = 7.94 \cdot 10^5 \text{ Hz}$

El ruido rms en la salida

$$v_{Trms} = R_f i_{noise} \sqrt{NEF} = 5 \cdot 10^4 \times 40 \cdot 10^{-12} \sqrt{1,57 \times 7.94 \cdot 10^5} = 2.23 \text{ mV}$$

#### Ruido en $V_T$ generado por el sensor de flujo

La anchura de banda entre el sensor y la salida:

$$BW_\phi = f_T \alpha_\phi = f_T \frac{R_n + R_a // R_b}{R_i + R_n + R_a // R_b} = 25.2 \text{ kHz}$$

$$v_{\phi rms} = \frac{v_{f50Hzpp}}{2\sqrt{2}} G_f(50\text{Hz}) = \frac{v_{f50Hzpp}}{2\sqrt{2}} \left( 1 + \frac{R_i}{R_n + R_a // R_b} \left| \frac{1}{1 + j \frac{f}{BW_\phi}} \right| \right) = 210.7 \text{ mV}_{rms}$$

La incertidumbre en la medida de la resistencia térmica:

$$U_\Theta^2 = \left| \frac{\partial \Theta}{\partial V_{T_i}} \right|^2 v_{iT rms}^2 + \left| \frac{\partial \Theta}{\partial V_{T_s}} \right|^2 v_{sT rms}^2 + \left| \frac{\partial \Theta}{\partial V_{T_h}} \right|^2 v_{hT rms}^2 + \left| \frac{\partial \Theta}{\partial \phi} \right|^2 v_{\phi rms}^2 =$$

$$= 0.0218^2 \times 0.00223^2 + 0.224^2 \times 0.00223^2 + 0.000634^2 \times 0.00223^2 + 0.0012^2 \times 0.2107^2 =$$

$$= 0,044 \text{ (} ^\circ\text{C} / \text{W)}^2$$

$$U_\Theta = 0,21 \text{ (} ^\circ\text{C} / \text{W)}$$

Como la medida se realiza 60 veces y se proporciona como resultado la media de todas ellas, ello su pone que dispersión de los valores se reduce por la raíz cuadrada de 60:



$$U'_{\ominus} = \frac{U_{\ominus}}{\sqrt{60}} = 0,027 \text{ (}^{\circ}\text{C/W)}$$

$$I(k = 2) = 2 * U_{\ominus} = 0,054 \text{ (}^{\circ}\text{C/W)}$$

La incertidumbre es excesivamente alto ya que representa 200% del valor nominal. El efecto dominante es el ruido debido al flujómetro.

#### 4) Protección frente a interferencias magnéticas de 50 Hz.

##### Protección física

La interferencia magnética se elimina eliminando bucles con área relevantes que sean atravesadas por el campo magnético. La forma de reducir la interferencia es utilizando para los cables largos (previsiblemente los de los 4 sensores al circuito) a través de cables trenzados, o coaxiales (no por el efecto de apantallamiento, sino porque su simetría no ofrecen área al campo magnético) Otra solución es colocar un filtro de paso bajo que filtre 50 Hz (por ejemplo con una frecuencia de corte de 1 Hz).

##### Protección mediante software

La solución es promediar todas las magnitudes (temperaturas y flujo) sobre un número entero de periodos de la señal de 50 Hz y utilizar la media para evaluar la resistencia térmica. En la siguiente solución muestreo las variables 32 veces por ciclo

```

function resistenciaTérmica return float;

const numMedidas:integer=60;
const periodo:float=60.0;
const Vr=5.0;Rc=18000;Rf=50000; KT=1E-6;
const RaRb=99,60;RaRn=90909;Ri=130000;Rn=1000;Kf=2e-3;Rb=25000;
var n:integer;
var resTerMedida: float;
var ti,ts,th,fl,acumMedida: flota;

function leeAD(ch:0..4) return float (* retorna la tensión del AD ch en voltios *)
acumMedida:=0;
begin
  for n:=1 to NumMedidas do begin
    ti=0.0; ts=0.0; th=0.0; fl=0.0;
    for i=1 to 32 do begin
      ti:=ti+(leeAD(0)+Vr*Rf/Rc)/KT/Rf;
      ts:=ts+(leeAD(1)+Vr*Rf/Rc)/KT/Rf ;
      th:=th+(leeAD(2)+Vr*Rf/Rc)/KT/Rf ;
      fl:=fl+(leeAD(3)+Vr*RaRn/(Rb+RaRn)*Ri/Rn)/Kf/(1+Ri/(Rn+RaRb));
      delay(1/50/32); (* 1/32 el periodo de una señal de 50 Hz *)
    end;
    ti:=ti/32; ts:=ts/32; th:=th/32; fl:=fl/32; (* promedios de las 32 medidas *)
    resTerMedida:=((ti+ts)/2-th)/(69.75*(ti-ts)*fl);
    acumMedida:=acumMedida+ resTerMedida;
    sleep(periodo);
  end;
return acumMedida/NumMedidas;
end;

```

## 5) Eliminación del error debido a los errores de calibración de los sensores de temperatura al medir $T_i$ y $T_s$ :

El error es sistemático, por tanto no puede eliminarse utilizando técnicas estadísticas (p.e. promediando). Su eliminación requiere medirlo y eliminarlo. Como en este caso el error es una diferencia, el error en las medidas se elimina midiendo cuando ambas son iguales, esto es cuando no pasa agua por el radiador y está en equilibrio térmico.

El método que se propone consiste en

1. Inicialmente se mantiene cerrado el flujo de agua. La temperatura del agua en la entrada y salida se hacen iguales.
2. Se mide la diferencia entre las medidas de  $T_i$  y  $T_s$ . Esta diferencia es el error sistemático.
3. Se abre el flujo del agua.
4. Se realiza la medida tal como estaba prevista, pero se compensa la diferencia  $T_i - T_s$  con el valor medido.

```
function resistenciaTérmica return float;

const numMedidas:integer=60;
const periodo:float=60.0;
const Vr=5.0;Rc=18000;Rf=50000; KT=1E-6;
const RaRb=99,60;RaRn=90909;Ri=130000;Rn=1000;Kf=2e-3;Rb=25000;
var n:integer;
var resTerMedida: float;
var ti,ts,th,fl,acumMedida: float;
var ErrorTsTi:flota;

function leeAD(ch:0..4) return float (* retorna la tensión del AD ch en voltios *)
acumMedida:=0;
begin
  (* Cálculo del error sistematico ErrorTsTi *)
  cierraValvula();
  sleep(10*60);      (* Espera 10 minutos para equilibrio térmico*)
  ErrorTiTs:=:(leeAD(0)+Vr*Rf/Rc)/KT/Rf-(leeAD(1)+Vr*Rf/Rc)/KT/Rf;
  abreVálvula();
  sleep(1*60);      (* Espera 1 minutos para régimen estacionario térmico*)
  (* Se hace la medida compensando el error *)
  for n:=1 to NumMedidas do begin
    ti:=(leeAD(0)+Vr*Rf/Rc)/KT/Rf;
    ts:=(leeAD(1)+Vr*Rf/Rc)/KT/Rf ;
    th:=(leeAD(2)+Vr*Rf/Rc)/KT/Rf ;
    fl:=(leeAD(3)+Vr*RaRn/(Rb+RaRn)*Ri/Rn)/Kf/(1+Ri/(Rn+RaRb));
    resTerMedida:=((ti+ts)/2-th)/(69.75*(ti-ts-ErrorTiTs)*fl);
    acumMedida:=acumMedida+ resTerMedida;
    sleep(periodo);
  end;
  return acumMedida/NumMedidas;
end;
```

**INSTRUMENTACION ELECTRONICA DE COMUNICACIONES Mayo-2007**  
**5º curso de Ingeniería de Telecomunicación**

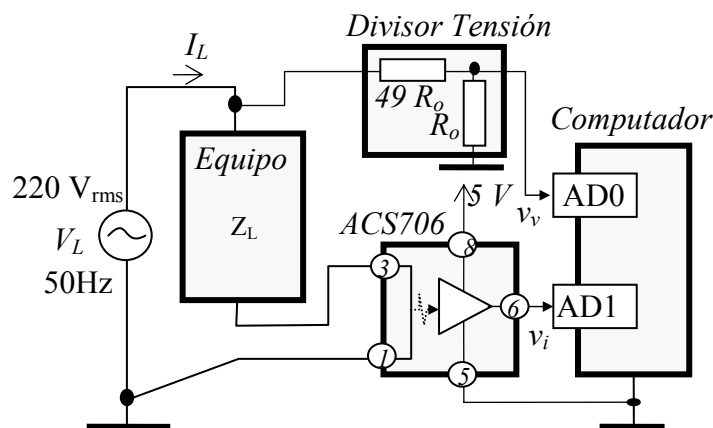
En la figura se muestra el sistema de instrumentación que se ha desarrollado para medir la potencia reactiva que consume una carga capacitativa, que se alimenta con la tensión de red de 220 V<sub>rms</sub> y 50 Hz.

La carga Z<sub>L</sub>(50Hz) es capacitativa, y fluctúa en el rango entre (-20j ±0) Ω y (-20j +10) Ω.

La tensión de la red se mide utilizando un divisor de tensión calibrado para que amortigüe la señal por un factor de 50 y cuya tensión de salida es medida a través de un A/D. La señal de intensidad se mide mediante el sensor de corriente ACS706ELC-05 que se conecta directamente a otro conversor A/D. Las hojas características del sensor se adjuntan al examen. Los convertidores A/D son de 12 bits de resolución, y un rango dinámico de ± 10 V.

En la tabla se muestra la función con la que se mide la potencia reactiva. Se basa en medir la amplitud pico a pico de la tensión de la red y de la intensidad que atraviesa la carga, así como el desfase entre ambas señales medido a partir del retraso entre los pasos por cero de ambas señales.

$$P_{\text{reactiva}} = V_{L_{rms}} I_{L_{rms}} \text{seno}(\phi) = \frac{1}{8} V_{L_{pp}} I_{L_{pp}} \text{seno}(\phi)$$



Estudiar para este sistema:

- La incertidumbre que resulta en la medida de V<sub>Lpp</sub> y en I<sub>Lpp</sub> como consecuencia de la resolución de los convertidores A/D. (2 puntos)
- La incertidumbre que resulta en la medida de φ como consecuencia de error de cuantización en la medida de la fase que resulta de la frecuencia de 25.600 Hz con la que se muestrea la señal. (2 puntos)
- Calcular la incertidumbre con la que se mide la potencia reactiva como consecuencia de las incertidumbres calculadas en a) y b). (2 puntos)
- Considerando que la impedancias de entrada de los convertidores A/D son muy altas (∞), y que la temperatura ambiente es de 25°C, ¿Cual sería la temperatura que alcanzaría la carcasa del transductor. (2 puntos)
- Cual es el error máximo que se introduce en la medida de la potencia reactiva si se considera el offset de salida que tiene especificado el sensor. (2 puntos)

(Cuando se requiera, evaluar los errores y las incertidumbres para los valores extremos Z<sub>L</sub> = -20j+0.0 Ω y -20j+5 Ω)

```

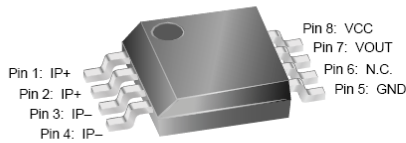
procedure Reactiva return Flota is
  T: Float:= 1.0/50.0/512.0;    -- Periodo de muestreo
  F:=50;                        -- Factor amortiguamiento ldivisor tensión
  Vcc=5.0;                       -- Alimentación sensor (Volt)
  S= 0.133;                      -- Sensibilidad del sensor (Volt/Amp)
  Vv: array 0..512 of Float;  -- Array de tensiones Vv muestreadas
  Vi: array 0..512 of Float;  -- Arrade de tensiones Vi muestreadas
  Vvmax,Vvmin, Vimax, Vimin:Float; -- Variables temporales
  Nvc :Integer ;                 -- Muestra de paso por cero Vv (pendiente +)
  Nic :Integer ;                 -- Muestra de paso por cero Vi (pendiente +)
  Phi:Float;                     -- Desfase Vi respecto Vv (radianes)
  VLpp:Float;                    -- Tensión pico a pico (Voltios)
  ILpp:Float;                    -- Intensidad pico a pico (Amperios)
  Preactiva:Float;              -- Potencia reactiva (watios)
  function LeeAD0 return Float; -- Retorna valor de Vv en (voltios)
  function LeeAD1 return Float; -- Retorna valor de Vi en (voltios)
begin
  -- Muestra señales
  for I in 0..512 loop
    Vv(I)=LeeAD0;
    Vi(I)=LeeAD1;
    Delay T;
  end loop;
  -- Detecta maximo, minimo y pasos por cero
  Vvmax:= Vv(0); Vvmin:=Vv(0);
  Vimax:= Vi(0); Vimin:=Vi(0);
  for I in 1..512 loop
    if (Vv(I)>Vvmax) then Vvmax:=Vv(I); end if;
    if (Vv(I)<Vvmin) then Vvmin:=Vv(I); end if;
    if (Vi(I)>Vimax) then Vimax:=Vi(I); end if;
    if (Vi(I)<Vimin) then Vimin:=Vi(I); end if;
    if ((Vv(I))>=0 and (Vv(I-1)<0)) then Nvc=I; end if;
    if ((Vi(I))>=Vcc/2.0 and (Vi(I-1)<Vcc/2.0)) then Nic=I; end if;
  end loop;
  -- Calcula valores de pico a pico
  VLpp=(Vvmax-Vvmin)*F;
  ILpp= (Vimax-Vimin)/S;
  -- Calcula desfase
  phi=2.0*3.1416/512.0*(Nvc-Nic);
  -- Calcula potencia reactiva
  Preactiva:= VLpp*ILpp*sin(phi)/8.0;
  return Preactiva;
end Reactiva;

```

# ACS706ELC-05C

## Bidirectional 1.5 mΩ Hall Effect Based Linear Current Sensor with Voltage Isolation and 15 A Dynamic Range

### Package LC



Pins 6 and 7 are internally connected in shipping product. For compatibility with future devices, leave pin 6 floating.

Nominal Operating Temperature,  $T_A$   
 Range E ..... **-40 to 85°C**  
 Overcurrent Transient Tolerance\*,  $I_P$  ..... **60 A**  
 \*100 total pulses, 250 ms duration each, applied at a rate of 1 pulse every 100 seconds.

### ABSOLUTE MAXIMUM RATINGS

Supply Voltage,  $V_{CC}$  ..... **16 V**  
 Reverse Supply Voltage,  $V_{RCC}$  ..... **-16 V**  
 Output Voltage,  $V_{OUT}$  ..... **16 V**  
 Reverse Output Voltage,  $V_{ROUT}$  ..... **-0.1 V**  
 Output Current Source,  $I_{OUT(SOURCE)}$  ..... **3 mA**  
 Output Current Sink,  $I_{OUT(SINK)}$  ..... **10 mA**  
 Maximum Transient Sensed Current\*,  $I_{R(max)}$  ..... **100 A**  
 Operating Temperature,  
 Maximum Junction,  $T_{J(max)}$  ..... **165°C**  
 Storage Temperature,  $T_S$  ..... **-65 to 170°C**  
 Junction Temperature,  $T_J < T_{J(max)}$ .



TÜV America  
 Certificate Number:  
 U8V 04 12 54214 005

The Allegro ACS706 family of current sensors provides economical and precise solutions for current sensing in industrial, automotive, commercial, and communications systems. The device package allows for easy implementation by the customer. Typical applications include motor control, load detection and management, switched-mode power supplies, and overcurrent fault protection.

The device consists of a precision, low-offset linear Hall sensor circuit with a copper conduction path located near the surface of the die. Applied current flowing through this copper conduction path generates a magnetic field which is sensed by the integrated Hall IC and converted into a proportional voltage. Device accuracy is optimized through the close proximity of the magnetic signal to the Hall transducer. A precise, proportional voltage is provided by the low-offset, chopper-stabilized BiCMOS Hall IC, which is programmed for accuracy at the factory.

The output of the device has a positive slope ( $>V_{CC}/2$ ) when an increasing current flows through the primary copper conduction path (from pins 1 and 2, to pins 3 and 4), which is the path used for current sensing. The internal resistance of this conductive path is typically 1.5 mΩ, providing low power loss. The thickness of the copper conductor allows survival of the device at up to 5× overcurrent conditions. The terminals of the conductive path are electrically isolated from the sensor leads (pins 5 through 8). This allows the ACS706 family of sensors to be used in applications requiring electrical isolation without the use of opto-isolators or other costly isolation techniques.

The ACS706 is provided in a small, surface mount SOIC8 package. The leadframe is plated with 100% matte tin, which is compatible with standard lead (Pb) free printed circuit board assembly processes. Internally, the flip-chip uses high-temperature Pb-based solder balls, currently exempt from RoHS. The device is fully calibrated prior to shipment from the factory.

### Features and Benefits

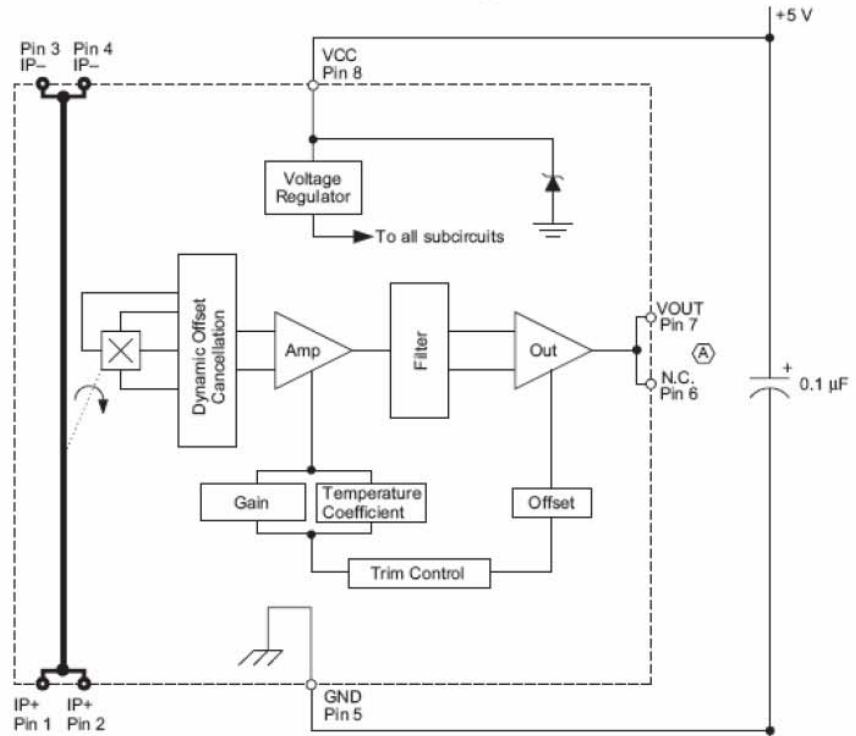
- Small footprint, low-profile SOIC8 package
- 1.5 mΩ internal conductor resistance
- Excellent replacement for sense resistors
- 1600  $V_{RMS}$  minimum isolation voltage between pins 1-4 and 5-8
- 4.5 to 5.5 V, single supply operation
- 50 kHz bandwidth
- 133 mV/A output sensitivity and 15 A dynamic range
- Output voltage proportional to ac and dc currents
- Factory-trimmed for accuracy
- Extremely stable output offset voltage
- Near-zero magnetic hysteresis
- Ratiometric output from supply voltage

Use the following complete part number when ordering:

Part Number	Package
ACS706ELC-05C	SOIC8 surface mount

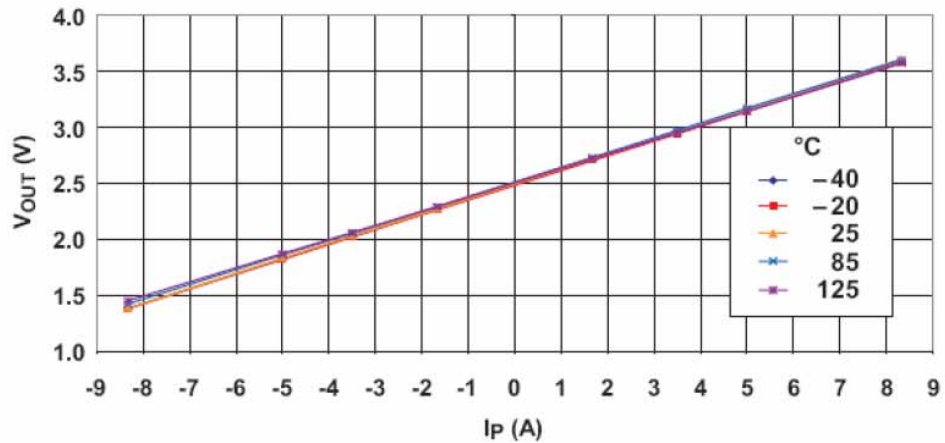
# ACS706ELC-05C

## Functional Block Diagram



(A) Pins 6 and 7 are internally connected in shipping product. For compatibility with future devices, leave pin 6 floating.

Output Voltage versus Primary Current  
 $V_{CC} = 5\text{ V}$



# ACS706ELC-05C

## OPERATING CHARACTERISTICS

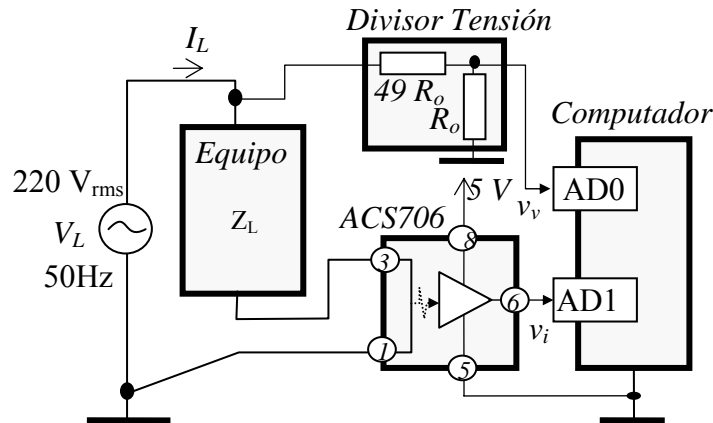
Characteristic	Symbol	Test Conditions	Min.	Typ.	Max.	Units
<b>ELECTRICAL CHARACTERISTICS</b> , over operating ambient temperature range unless otherwise specified						
Optimized Accuracy Range	$I_P$		-5	-	5	A
Linear Sensing Range	$I_R$		-15	-	15	A
Supply Voltage	$V_{CC}$		4.5	5.0	5.5	V
Supply Current	$I_{CC}$	$V_{CC} = 5.0$ V, output open	5	8	10	mA
Output Resistance	$R_{OUT}$	$I_{OUT} = 1.2$ mA	-	1	2	$\Omega$
Output Capacitance Load	$C_{LOAD}$	VOUT to GND	-	-	10	nF
Output Resistive Load	$R_{LOAD}$	VOUT to GND	4.7	-	-	k $\Omega$
Primary Conductor Resistance	$R_{PRIMARY}$	$T_A = 25^\circ\text{C}$	-	1.5	-	m $\Omega$
RMS Isolation Voltage	$V_{ISORMS}$	Pins 1-4 and 5-8; 60 Hz, 1 minute	1600	2500	-	V
DC Isolation Voltage	$V_{ISODC}$		-	5000	-	V
<b>PERFORMANCE CHARACTERISTICS</b> , over operating ambient temperature range, unless otherwise specified						
Propagation Time	$t_{PROP}$	$I_P = \pm 5$ A, $T_A = 25^\circ\text{C}$	-	3.15	-	$\mu\text{s}$
Response Time	$t_{RESPONSE}$	$I_P = \pm 5$ A, $T_A = 25^\circ\text{C}$	-	6	-	$\mu\text{s}$
Rise Time	$t_r$	$I_P = \pm 5$ A, $T_A = 25^\circ\text{C}$	-	7.45	-	$\mu\text{s}$
Frequency Bandwidth	$f$	-3 dB, $T_A = 25^\circ\text{C}$ ; $I_P$ is 10 A peak-to-peak; no external filter	-	50	-	kHz
Sensitivity	Sens	Over full range of $I_P$ , $I_P$ applied for 5 ms; $T_A = 25^\circ\text{C}$	-	133	-	mV/A
		Over full range of $I_P$ , $I_P$ applied for 5 ms	124	-	142	mV/A
Noise	$V_{NOISE}$	Peak-to-peak, $T_A = 25^\circ\text{C}$ , no external filter	-	90	-	mV
		Root Mean Square, $T_A = 25^\circ\text{C}$ , no external filter	-	16	-	mV
Linearity	$E_{LIN}$	Over full range of $I_P$ , $I_P$ applied for 5 ms	-	$\pm 1$	$\pm 4.7$	%
Symmetry	$E_{SYM}$	Over full range of $I_P$ , $I_P$ applied for 5 ms	98	100	104.5	%
Zero Current Output Voltage	$V_{OUT(O)}$	$I_P = 0$ A, $T_A = 25^\circ\text{C}$	-	$V_{CC}/2$	-	V
Electrical Offset Voltage	$V_{OE}$	$I_P = 0$ A, $T_A = 25^\circ\text{C}$	-15	-	15	mV
		$I_P = 0$ A	-65	-	65	mV
Magnetic Offset Error	$I_{ERR(M)}$	$I_P = 0$ A, after excursion of 5 A	-	$\pm 0.01$	$\pm 0.05$	A
Total Output Error <sup>1</sup>	$E_{TOT}$	$I_P = \pm 5$ A, $I_P$ applied for 5 ms; $T_A = 25^\circ\text{C}$	-	$\pm 1.5$	-	%
		$I_P = \pm 5$ A, $I_P$ applied for 5 ms	-	-	$\pm 12.5$	%
<b>THERMAL CHARACTERISTICS</b> <sup>2,3</sup> , $T_A = -40^\circ\text{C}$ to $125^\circ\text{C}$ , $V_{CC} = 5$ V unless otherwise specified						
			-	Value	-	Units
Junction-to-Lead Thermal Resistance	$R_{\theta JL}$	Mounted on the Allegro ASEK 70x evaluation board; additional information about reference boards and tests is available on the Allegro Web site	-	5	-	$^\circ\text{C/W}$
Junction-to-Ambient Thermal Resistance	$R_{\theta JA}$	Mounted on the Allegro ASEK 70x evaluation board; additional information about reference boards and tests is available on the Allegro Web site	-	41	-	$^\circ\text{C/W}$

<sup>1</sup>Percentage of  $I_P$ , with  $I_P = 5$  A. Output filtered. Up to a 2.0% shift in  $E_{TOT}$  may be observed at end-of-life for this device.

<sup>2</sup>The Allegro evaluation board has 1500 mm<sup>2</sup> of 2 oz. copper on each side, connected to pins 1 and 2, and to pins 3 and 4, with thermal vias connecting the layers. Performance values include the power consumed by the PWB. Further details on the board are available from the ACS704 Frequently Asked Questions document on our website. Further information about board design and thermal performance also can be found on pages 16 and 17 of this datasheet.

<sup>3</sup> $R_{\theta JA}$  values shown in this table are typical values, measured on the Allegro evaluation board. The actual thermal performance depends on the board design, the airflow in the system, and thermal interactions between the sensor and surrounding components through the PCB and the ambient air. To improve thermal performance, see our applications material on the Allegro Web site.

**Solución del examen**



En la siguiente tabla se muestran los rangos de valores en los que pueden fluctuar las tensiones, intensidades, fases y potencia reactiva, para los valores extremos de la impedancia del equipo:

$Z_L(\Omega)$	$V_{Lpp}(V)$	$I_{Lpp}(A)$	$\phi(^{\circ})$	$P_{react}(W)$	$v_v$ rango (V)	$i_v$ rango (V)
0 -20 j	622.25	31.1127	-90.00°	-2420.00	+6.22,-6.22	+4.57,+0.43
5-20 j	622.25	30.1838	-75.9638°	-2277.65	+6.22,-6.22	4.51,+0.49

**1º) Incertidumbres en la medida de  $V_{Lpp}$  e  $I_{Lpp}$**

Los factores de ganancia que se utilizan para medir estas magnitudes son:

$$v_v = \frac{R_o v_L(t)}{49R_o + R_o} = \frac{1}{50} v_L(t)$$

$$v_i = \frac{V_{ss}}{2} + G_s i_L(t) = 2.5 + 0.133 i_L(t)$$

La estimación de la desviación estándar en el error de la a tensión que miden los conversores A/D son,

$$U_{vAD} = \frac{5 \cdot 2^{-12}}{2\sqrt{3}} = 0.0014 V$$

Lo que implica que las estimaciones de las desviaciones estándar de los valores  $v_L$  e  $i_L$  instantáneos, son:

$$U_{vL} = 50 U_{vAD} = 0.0704 V$$

$$U_{iL} = \frac{1}{0.133} U_{vAD} = 0.0106 A$$

La tensión de pico a pico se obtiene en el programa como la diferencia de valores instantáneos, por lo que su incertidumbre para un nivel de confianza del 95% de las tensiones  $v_{Lpp}$  y  $i_{Lpp}$  son

$$I_{vLpp} = 2 \sqrt{U_{vLmaz}^2 + U_{vLmin}^2} = 2 \sqrt{2} U_{vL} = 0.199 V$$

$$I_{iLpp} = 2 \sqrt{U_{iLmaz}^2 + U_{iLmin}^2} = 2 \sqrt{2} U_{iL} = 0.0299 A$$



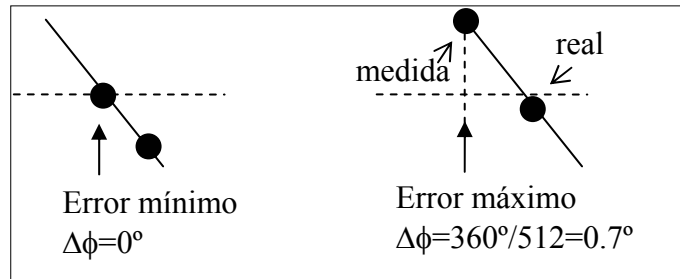
## 2º) Incertidumbre que resulta de de la mediada del desfase

La fase se calcula a partir de los pasos por cero de la señal de tensión e intensidad, medida a partir de la señal muestreada con una frecuencia de 25600 muestras/s o  $T_{\text{muestreo}}$  de 39  $\mu\text{s}$ .

$$\phi = \frac{2\pi}{512} (N_{vc} - N_{ic})$$

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{512} 1 = 0.012 \text{ rad}$$

$$I(95\%) = 2 U \phi = \frac{2 \Delta\phi}{\sqrt{3}} = 0.014 \text{ rad}$$



## 3º) Incertidumbre en la medida de la potencia reactiva

$$P_{\text{react}} = \frac{1}{8} V_{Lpp} I_{Lpp} \text{seno}(\phi)$$

$$U_{\text{Pr react}}^2 = \left( \frac{\partial P_{\text{react}}}{\partial V_{Lpp}} \right)^2 U_{vLpp}^2 + \left( \frac{\partial P_{\text{react}}}{\partial I_{Lpp}} \right)^2 U_{iLpp}^2 + \left( \frac{\partial P_{\text{react}}}{\partial \phi} \right)^2 U_{\phi}^2 =$$

$$= \left( \frac{P_{\text{react}}}{V_{Lpp}} \right)^2 U_{vLpp}^2 + \left( \frac{P_{\text{react}}}{I_{Lpp}} \right)^2 U_{iLpp}^2 + \left( \frac{P_{\text{react}}}{\text{tg}(\phi)} \right)^2 U_{\phi}^2$$

Las incertidumbres que resultan son:

- Para  $Z_L=0-20.0j \Omega$ :

$$I_{\text{Pr react}} = 2 U_{\text{Pr react}} = 2 \sqrt{\frac{(2420)^2}{622.25^2} \times 2 \times 0.0704^2 + \frac{(2420)^2}{31.11^2} \times 2 \times 0.0106^2} = 2.457 \text{ W}$$

- Para  $Z_L=5-20.0j \Omega$ :

$$I_{\text{Pr react}} = 2 U_{\text{Pr react}} = 2 \sqrt{\frac{(2278)^2}{622.25^2} \times 2 \times 0.0704^2 + \frac{(2278)^2}{30.18^2} \times 2 \times 0.0106^2 + \frac{(2278)^2}{\text{tg}^2(-76^\circ)} \times \frac{0.012^2}{3}}$$

$$= 8.221 \text{ W}$$

La incertidumbre se eleva como consecuencia del termino debido a la incertidumbre en la medida de la fase que en el segundo caso si afecta, mientras que para el primero no.

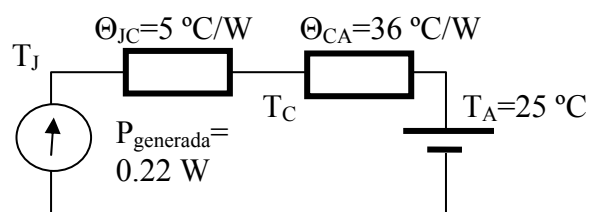
## 4º) Temperatura de la carcasa del transductor

La potencia que se genera en el sensor, es debida a la corriente de alimentación del sensor cuyo valor típico es  $I_{cc}=8 \text{ mA}$  y la que se genera por la corriente que se mide sobre la resistencia del conductor de entrada cuya resistencia típica es  $R_{\text{Primary}}=1.5 \text{ m}\Omega$ :

$$P_{\text{Generada}} = V_{cc} * I_{cc} + I_{\text{zeficaz}}^2 * R_{\text{Primary}} = 5 * 0.008 + (1/8)(31.11)^2 * 0.0015 = 0.22 \text{ W}$$

El modelo térmico es

$$\begin{aligned} TC &= T_A + P_{\text{Generada}} * \Theta_{CA} = \\ &= 25^\circ\text{C} + 0.22 \text{ W} * (41-5)^\circ\text{C/W} = \\ &= 32.92^\circ\text{C} \end{aligned}$$



### 5º) Error máximo en la medida de $P_{\text{reactiva}}$ por el error de offset del sensor

La introducción de un offset en la señal de tensión  $v_i$  debida al sensor no afecta a la medida de la intensidad  $I_{Z_{pp}}$  ya que se mide como la diferencia de de dos valores que son igualmente afectados por el offset.

El offset si afecta a la medida de la fase, ya que para detctarla se compara con el valor absoluto  $V_{cc}/2$ .

$$\frac{\partial V_i(t)}{\partial t} \Delta T_i = V_{\text{offset}} \Rightarrow \Delta T_i = \frac{V_{\text{Offset}}}{\frac{\partial V_i(t)}{\partial t}} = \frac{V_{\text{Offset}}}{\frac{v_{i \text{ pp}}}{2} \frac{f}{2\pi}}$$

$$\Delta \phi_{\text{offset}} = \frac{2\pi}{T} \Delta T_i = 8\pi^2 \frac{V_{\text{offset}}}{v_{i \text{ pp}}} = 8\pi^2 \frac{0.0015}{4.14V} = 0,028 \text{ rad}$$

$$\Delta P_{\text{react}} = \left| \frac{\partial P_{\text{react}}}{\partial \phi} \right| \Delta \phi = \frac{P_{\text{react}}}{\text{tg}(\phi)} \Delta \phi$$

Para el caso  $Z=0-20j\Omega$  como  $\phi=90^\circ \Rightarrow \text{tg}(\phi)=\infty$  y  $\Delta P_{\text{React}}=0$

Para el caso  $Z=5-20j\Omega \Rightarrow \phi=90^\circ \Rightarrow \text{tg}(\phi)=-76^\circ$  y

$$\Delta P_{\text{React}} = \frac{2278W}{\text{tg}(-76)} \times 0.028 \text{ rad} = 15,94 \text{ W}$$

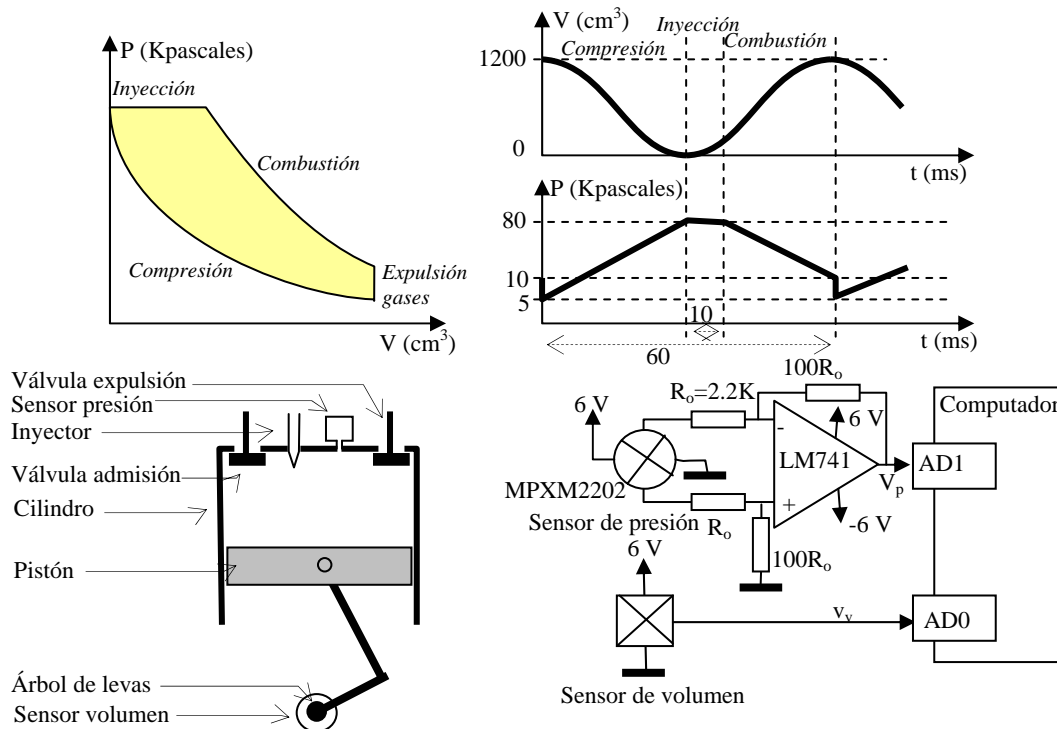
Se ha construido un sistema electrónico para evaluar el rendimiento de un motor diesel de dos tiempos en un banco de prueba. Para ello, solidario al árbol de levas se ha incluido un sensor potenciométrico de giro, que genera en su salida, una señal de tensión que es proporcional al volumen de gases contenidos en cada instante entre el pistón y el cilindro. Así mismo, se ha incluido un sensor de presión que genera una tensión diferencial que es proporcional a la presión instantánea que en cada instante existe en el interior del cilindro.

El sensor de volumen genera en su salida una tensión respecto a masa que varía linealmente con el volumen de gases en el cilindro, y que varía entre 0.0 y 5.0 voltios, cuando el volumen varía entre 0 y 1500 cm<sup>3</sup>.

El sensor de presión se ha construido utilizando el dispositivo MPXM2202, cuyas hojas características se adjuntan. Permite medir presiones en el rango entre 0.0 y 200 Kpascales. Su salida es diferencial, por lo que es procesada por un amplificador diferencial construido con un amplificador operacional LM741 y cuatro resistencias con el 2% de error.

Las señales de tensión proporcionales al volumen y a la presión se leen desde el computador a través de sendos conversores A/D de 8 bits de resolución y con un rango dinámico 0.0-5.0 voltios.

En las gráficas adjuntas, se muestra el ciclo P-V típico de un motor diésel, y las señales típicas de presión y volumen que se obtienen cuando el motor opera a 1000 r.p.m. (La señal de volumen es aproximadamente sinusoidal, y la señal de presión se ha linealizado para facilitar los cálculos.)



En la tabla se muestra el programa que se utiliza para calcular la potencia media que genera el cilindro. Se utiliza la expresión

$$Pot_{Media} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} P dV = \frac{1}{N_T} \sum_{N_T} P_i V_i$$

siendo:	Pot <sub>Media</sub>	- Potencia media en un ciclo.
	T	- Periodo del recorrido del cilindro.
	P	- Presión en el interior del cilindro.
	V	- Volumen en el interior del cilindro.
	NT	- Número de muestras tomadas en un recorrido del cilindro
	Pi	- Muestra i de la presión leída.
	Vi	- Muestra i del volumen leída.

Para este sistema de medida determinar:

- 1) Si la frecuencia de muestreo es de 1000 muestra/s, estimar el nivel de incertidumbre que se produce en la medida de Pot<sub>Media</sub> como consecuencia de la resolución de 8 bits de los conversores A/D.
- 2) Determinar la incertidumbre y el error sistemático máximo que se introduce en la media de Pot<sub>Media</sub> como consecuencia de que en el amplificador diferencial las resistencias tienen un error máximo del 2%.
- 3) Si el sensor de presión puede llegar a operar hasta 80°C, ¿cual es el error máximo que puede inducir en la medida los offset de los amplificadores operacionales y del transductor de presión?. (Los amplificadores se mantienen a 25 °C)

```

function PotMedia return float ;
nT: integer;           // Número de muestras por ciclo
v, p : float;         // Volumen (m3) y presión (pascuales)
acum: float;
const fMuestreo:integer := 1000; // Frecuencia de muestreo de señales
function LeeAD0 return float; begin ... end;
    // Retorna la entrada del conversor AD0 en voltios
function LeeAD1 return float; begin ... end;
    // Retorna la entrada del conversor AD10 en voltios
function rpm return integer; begin ... end;
    // Retorna las revoluciones por minuto del motor
begin
nT:= rpm*60/fMuestreo;
acum:= 0.0;
for i:=0 to nT-1 do begin
    v:= 1.500E-3/5.0*LeeAD0; //Volumen en m3
    p:= 200.0E3/4.0*LeeAD1; // Presión en pascuales
    acum:= acum+p*v;
    delay 1/Fmuestreo;
end;
return acum/nT;           // Potencia en watios
end;

```

## 200 kPa On-Chip Temperature Compensated & Calibrated Silicon Pressure Sensors

The MPXM2202 device is a silicon piezoresistive pressure sensors providing a highly accurate and linear voltage output — directly proportional to the applied pressure. The sensor is a single, monolithic silicon diaphragm with the strain gauge and a thin-film resistor network integrated on-chip. The chip is laser trimmed for precise span and offset calibration and temperature compensation.

### Features

- Temperature Compensated Over 0°C to +85°C
- Available in Easy-to-Use Tape & Reel
- Ratiometric to Supply Voltage
- Gauge Ported & Non Ported Options

### Application Examples

- Pump/Motor Controllers
- Robotics
- Level Indicators
- Medical Diagnostics
- Pressure Switching
- Barometers
- Altimeters

Figure 1 shows a block diagram of the internal circuitry on the stand-alone pressure sensor chip.

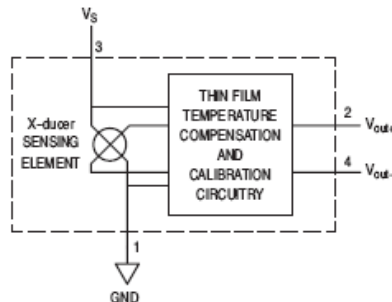


Figure 1. Temperature Compensated Pressure Sensor Schematic

### VOLTAGE OUTPUT versus APPLIED DIFFERENTIAL PRESSURE

The differential voltage output of the sensor is directly proportional to the differential pressure applied.

The output voltage of the differential or gauge sensor increases with increasing pressure applied to the pressure side (P1) relative to the vacuum side (P2). Similarly, output voltage increases as increasing vacuum is applied to the vacuum side (P2) relative to the pressure side (P1).

## MPXM2202 SERIES

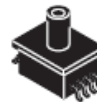
Motorola Preferred Device  
 0 to 200 kPa (0 to 29 psi)  
 40 mV FULL SCALE SPAN  
 (TYPICAL)

### MPAK PACKAGE



SCALE 1:1

CASE 1320



SCALE 1:1

CASE 1320A

### PIN NUMBER

1	Gnd	3	V <sub>S</sub>
2	+V <sub>out</sub>	4	-V <sub>out</sub>

### MPXM2202 SERIES

## Freescale Semiconductor, Inc.

### MAXIMUM RATINGS<sup>(NOTE)</sup>

Rating	Symbol	Value	Unit
Maximum Pressure (P1 > P2)	P <sub>max</sub>	400	kPa
Storage Temperature	T <sub>stg</sub>	-40 to +125	°C
Operating Temperature	T <sub>A</sub>	-40 to +125	°C

NOTE: Exposure beyond the specified limits may cause permanent damage or degradation to the device.

**OPERATING CHARACTERISTICS** ( $V_S = 10 \text{ Vdc}$ ,  $T_A = 25^\circ\text{C}$  unless otherwise noted,  $P1 > P2$ )

Characteristic	Symbol	Min	Typ	Max	Unit
Pressure Range <sup>(1)</sup>	$P_{OP}$	0	—	200	kPa
Supply Voltage <sup>(2)</sup>	$V_S$	4	10	16	Vdc
Supply Current	$I_o$	—	6.0	—	mAdc
Full Scale Span <sup>(3)</sup>	$V_{FSS}$	38.5	40	41.5	mV
Offset <sup>(4)</sup>	MPXM2202D/G Series MPXM2202A Series	-1.0 -2.0	—	1.0 2.0	mV
Sensitivity	$\Delta V/\Delta P$	—	0.2	—	mV/kPa
Linearity <sup>(5)</sup>	MPXM2202D/G Series MPXM2202A Series	-0.6 -1.0	—	0.4 1.0	% $V_{FSS}$
Pressure Hysteresis <sup>(5)</sup> (0 to 100 kPa)	—	—	$\pm 0.1$	—	% $V_{FSS}$
Temperature Hysteresis <sup>(5)</sup> ( $-40^\circ\text{C}$ to $+125^\circ\text{C}$ )	—	—	$\pm 0.5$	—	% $V_{FSS}$
Temperature Effect on Full Scale Span <sup>(5)</sup>	$TCV_{FSS}$	-2.0	—	2.0	% $V_{FSS}$
Temperature Effect on Offset <sup>(5)</sup>	$TCV_{off}$	-1.0	—	1.0	mV
Input Impedance	$Z_{in}$	1000	—	2500	$\Omega$
Output Impedance	$Z_{out}$	1400	—	3000	$\Omega$
Response Time <sup>(6)</sup> (10% to 90%)	$t_R$	—	1.0	—	ms
Warm-Up	—	—	20	—	ms
Offset Stability <sup>(7)</sup>	—	—	$\pm 0.5$	—	% $V_{FSS}$

**NOTES:**

- 1.0 kPa (kiloPascal) equals 0.145 psi.
- Device is ratiometric within this specified excitation range. Operating the device above the specified excitation range may induce additional error due to device self-heating.
- Full Scale Span ( $V_{FSS}$ ) is defined as the algebraic difference between the output voltage at full rated pressure and the output voltage at the minimum rated pressure.
- Offset ( $V_{off}$ ) is defined as the output voltage at the minimum rated pressure.
- Accuracy (error budget) consists of the following:
  - Linearity: Output deviation from a straight line relationship with pressure, using end point method, over the specified pressure range.
  - Temperature Hysteresis: Output deviation at any temperature within the operating temperature range, after the temperature is cycled to and from the minimum or maximum operating temperature points, with zero differential pressure applied.
  - Pressure Hysteresis: Output deviation at any pressure within the specified range, when this pressure is cycled to and from the minimum or maximum rated pressure, at  $25^\circ\text{C}$ .
  - TcSpan: Output deviation at full rated pressure over the temperature range of 0 to  $85^\circ\text{C}$ , relative to  $25^\circ\text{C}$ .
  - TcOffset: Output deviation with minimum rated pressure applied, over the temperature range of 0 to  $85^\circ\text{C}$ , relative to  $25^\circ\text{C}$ .
- Response Time is defined as the time for the incremental change in the output to go from 10% to 90% of its final value when subjected to a specified step change in pressure.
- Offset stability is the product's output deviation when subjected to 1000 hours of Pulsed Pressure, Temperature Cycling with Bias Test.

**ON-CHIP TEMPERATURE COMPENSATION and CALIBRATION**

Figure 3 shows the minimum, maximum and typical output characteristics of the MPXM2202 series at  $25^\circ\text{C}$ . The output is directly proportional to the differential pressure and is essentially a straight line.

A silicone gel isolates the die surface and wire bonds from the environment, while allowing the pressure signal to be transmitted to the silicon diaphragm.

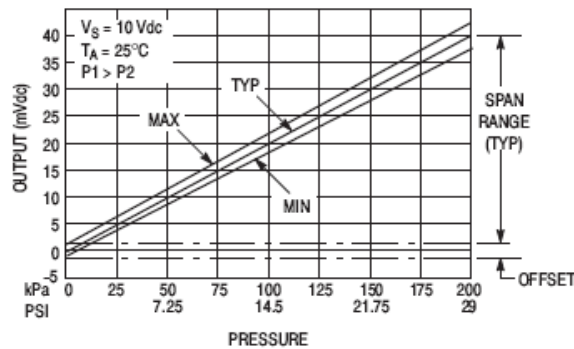


Figure 3. Output versus Pressure Differential

**Solución del examen**

Ecuaciones directas:

$$v_{Vol}(\text{volt}) = V(m^3) \frac{5.0}{1.5 \cdot 10^{-3}} = 3333.3 V(m^3)$$

$$v_{Presión}(\text{volt}) = P(\text{pascal}) \frac{0.04}{200 \cdot 10^3} A_d = 0,02 \cdot 10^{-3} P(\text{pascal})$$

Ecuaciones inversas:

$$V(m^3) = \frac{1.5 \cdot 10^{-3}}{5.0} v_{Vol}(\text{volt}) = 0.0003 v_{Vol}(\text{volt})$$

$$P(\text{pascal}) = \frac{200 \cdot 10^3}{0.04 A_d} v_{Presión}(\text{volt}) = 50 \cdot 10^3 v_{Presión}(\text{volt})$$

Rangos de valores:

	max	min
Volumen(m <sup>3</sup> )	0.0012	0.0
v <sub>Vol</sub> (volt)	4.0	0.0
Presión (pascal)	80000	5000
v <sub>Presión</sub> (volt)	1.6	0.1

**1) Incertidumbre en la medida de de Pot<sub>Media</sub> como consecuencia de la resolución de los conversores A/D.**

El error máximo en v<sub>Presión</sub> y v<sub>Vol</sub> como consecuencia de los N=8 bits de resolución son:

$$\Delta_{vAD} = 5.0 \times 2^{-(N+1)} = 0.0098 \text{ Volt}$$

La desviación estándar de estos errores es

$$U_{vAD} = \frac{\Delta_{vAD}}{\sqrt{3}} = 0.0056 \text{ Volt}$$

La desviación estándar en los errores del volumen y de la presión medidos son:

$$U_{Vol} = 0.0003 \times U_{vAD} = 1.69 \cdot 10^{-6} m^3 = 1.69 cm^3$$

$$U_{Presión} = 50 \cdot 10^3 \times U_{vAD} = 282.0 \text{ pascal}$$

La desviación estándar de los errores en la Pot<sub>Media</sub> mediada se puede calcular como:

$$Pot_{Med} = \frac{1}{60} \sum_{60} V_i P_i$$

$$U_{PotMedia}^2 = \left[ \sum_{60} \left[ \frac{Pot_{Media}}{\partial V_i} \right]^2 U_{Vol}^2 + \sum_{60} \left[ \frac{Pot_{Media}}{\partial P_i} \right]^2 U_{Presión}^2 \right] =$$

$$= \frac{1}{(60)^2} \left[ (1.69 \cdot 10^{-6})^2 \times \sum_{60} P_i^2 + (282.0)^2 \times \sum_{60} V_i^2 \right]$$

A partir de la forma de onda de volumen típica, de tipo sinusoidal con V<sub>m</sub>=0.0006 m<sup>3</sup>, se puede calcular ΣV<sub>i</sub> como,

$$\frac{1}{60} \sum_{60} V_i^2 \approx \frac{1}{T} \int_0^T [V_m + V_m \text{sen}(wt)]^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T [V_m^2 + 2V_m^2 \text{sen}(wt) + V_m^2 \text{sen}^2(wt)] dt =$$

$$= V_m^2 + \frac{1}{2} V_m^2 = 0.0006^2 + \frac{1}{2} 0.0006^2 = 0.54 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\frac{1}{60} \sum_{60} P_i^2 \approx \frac{1}{T} \int_0^T [P(t)]^2 dt = \frac{1}{T} \left[ \int_0^{T/2} (P_1(t))^2 dt + \int_{T/2}^{t_2} (P_2(t))^2 dt + \int_{t_2}^T (P_3(t))^2 dt \right]$$

A partir de la forma de onda de presión típica, compuesta por tramos rectos, se puede calcular  $\Sigma P_i$  como,

$$\frac{1}{60} \sum_{60} P_i^2 \approx \frac{1}{T} \int_0^T [P(t)]^2 dt = \frac{1}{T} \left[ \int_0^{T/2} (P_1(t))^2 dt + \int_{T/2}^{t_2} (P_2(t))^2 dt + \int_{t_2}^T (P_3(t))^2 dt \right]$$

siendo,

T=60 ms

t<sub>2</sub>=40 ms

$$P_1(t) = 5 + \frac{80-5}{30} t \text{ Kpascal} \quad P_2(t) = 80 \text{ Kpascal} \quad P_3(t) = 80 - \frac{10-80}{20} (t-40) \text{ Kpascal}$$

Evaluando las integrales, resulta,

$$\frac{1}{60} \sum_{60} P_i^2 = 2920.0 \cdot 10^6 \text{ pascales}$$

La desviación estándar de los errores en el cálculo de la potencia generada en el cilindro es

$$U_{PotMedia}^2 = \frac{1}{60} \left[ (1.69 \cdot 10^{-6})^2 \times 2929.0 \cdot 10^6 + (282.0)^2 \times 0.54 \cdot 10^{-6} \right] = 0.00085 \text{ watio}^2$$

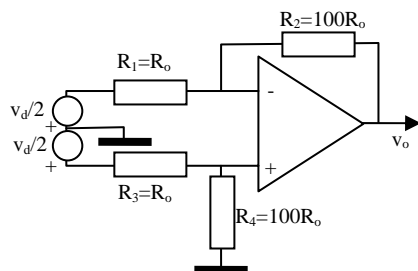
$$U_{PotMedia} = 0.029 \text{ watio}$$

La incertidumbre en la medida de la potencia para un nivel de incertidumbre del 95% es de

$$I_{PotMedia} = 2 U_{PotMedia} = 0.058 \text{ watio}$$

## 2º) La incertidumbre y el error sistemático máximo que se introduce en la medida de Pot<sub>Media</sub> como consecuencia de que las resistencias tienen un error del 2%:

Los errores en las cuatro resistencias son independientes, por lo que hay que operar sobre la expresión completa de la ganancia diferencial



$$A_d = \frac{v_o}{v_d} = \frac{1}{2} \frac{R_4}{R_3 + R_4} \frac{R_1 + R_2}{R_1} + \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1}$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \frac{R_1 R_4 + R_2 R_3 + 2 R_2 R_4}{R_1 R_3 + R_1 R_4} \right]$$



Los errores de las resistencias no dan lugar a incertidumbre, ya que dado un circuito dado las resistencias mantienen un valor inexacto pero constante.

Los errores de las resistencias dan lugar a un error sistemático, consecuencia del error que se puede producir en la ganancia diferencial:

$$Pot_{Med} = \frac{1}{60} \sum_{60} V_i P_i$$

$$\Delta_{Pot_{Media}} = \left| \frac{\partial Pot_{Media}}{\partial A_d} \right| \Delta A_d = \frac{Pot_{Media}}{A_d} \Delta A_d = Pot_{Media} \frac{\Delta A_d}{A_d}$$

La expresión del error máximo en la ganancia diferencial en función de los errores de las resistencias es

$$\Delta A_d = \left| \frac{\partial A_d}{\partial R_1} \right| \Delta R_1 + \left| \frac{\partial A_d}{\partial R_2} \right| \Delta R_2 + \left| \frac{\partial A_d}{\partial R_3} \right| \Delta R_3 + \left| \frac{\partial A_d}{\partial R_4} \right| \Delta R_4 =$$

$$= R_1 \left| \frac{\partial A_d}{\partial R_1} \right| \frac{\Delta R_1}{R_1} + R_2 \left| \frac{\partial A_d}{\partial R_2} \right| \frac{\Delta R_2}{R_2} + R_3 \left| \frac{\partial A_d}{\partial R_3} \right| \frac{\Delta R_3}{R_3} + R_4 \left| \frac{\partial A_d}{\partial R_4} \right| \frac{\Delta R_4}{R_4} =$$

$$= 0.02 \times \left[ R_1 \left| \frac{\partial A_d}{\partial R_1} \right| + R_2 \left| \frac{\partial A_d}{\partial R_2} \right| + R_3 \left| \frac{\partial A_d}{\partial R_3} \right| + R_4 \left| \frac{\partial A_d}{\partial R_4} \right| \right]$$

$$R_1 \left| \frac{\partial A_d}{\partial R_1} \right| = \frac{R_1}{2} \left| \frac{(R_1 R_3 + R_1 R_4) R_4 - (R_1 R_4 + R_2 R_3 + 2 R_2 R_4)(R_3 + R_4)}{(R_1 R_3 + R_1 R_4)^2} \right| \xrightarrow{A_d \gg 1} A_d = 100$$

$$R_2 \left| \frac{\partial A_d}{\partial R_2} \right| = \frac{R_2}{2} \left| \frac{(R_1 R_3 + R_1 R_4)(R_3 + 2 R_4)}{(R_1 R_3 + R_1 R_4)^2} \right| \xrightarrow{A_d \gg 1} A_d = 100$$

$$R_3 \left| \frac{\partial A_d}{\partial R_3} \right| = \frac{R_3}{2} \left| \frac{(R_1 R_3 + R_1 R_4) R_4 - (R_1 R_4 + R_2 R_3 + 2 R_2 R_4)(R_3 + R_4)}{(R_1 R_3 + R_1 R_4)^2} \right| \xrightarrow{A_d \gg 1} \frac{1}{2}$$

$$R_4 \left| \frac{\partial A_d}{\partial R_4} \right| = \frac{R_4}{2} \left( \frac{(R_1 R_3 + R_1 R_4) R_2 - (R_1 R_4 + R_2 R_3 + 2 R_2 R_4) R_1}{(R_1 R_3 + R_1 R_4)^2} \right) \xrightarrow{A_d \gg 1} \frac{1}{2}$$

La variación máxima de la ganancia diferencial resulta

$$\Delta A_d = 0.02 * (100 + 100 + 0.5 + 0.5) = 4.02$$

La variación máxima en la potencia medida es

$$\Delta Pot_{Med} = Pot_{Media} \frac{\Delta A_d}{A_d} = Pot_{Media} \frac{4.02}{100} = 0.04 Pot_{Media} = 4\% \text{ de error}$$

### 3) Error máximo en la medida como consecuencia del offset del amplificador operacional y del transductor de presión.

El amplificador operacional LM741 tiene como características de offset:

$$V_{offset} = 15 \text{ mV} \quad I_{offset} = 20 \text{ nA} \quad I_{Bias} = 80 \text{ nA}$$

El error que se comete en la salida del amplificador operacional es:

$$\Delta v_{op\ offset} = (1 + 100)(V_{offset} + I_{offset} \times (R_o // 100 R_o)) = 101 \times (15 \cdot 10^{-3} + 20 \cdot 10^{-9} \times 2200) = 1.5V$$

El error de offset en unidades de la presión medida equivale a

$$\Delta P_{medida\ offset} = \Delta_{vop\ offset} \times \frac{200Kpascales}{0.04volt \times A} = 75 Kpascales$$

Es un error excesivo del orden de las presiones que se miden. El LM741 no debería utilizarse en este sistema.

El error de offset debido al sensor de presión a la temperatura de 85 °C es:

$$\Delta_{sensor\ offset} = 1mV$$

El efecto del error en la salida es

$$\Delta v_{o\ sensor\ offset} = \Delta_{sensor\ offset} \times A_d = 1.0 \cdot 10^{-3} \times 100 = 0.1V$$

El error debido al offset del sensor de presión en unidades de presión es

$$\Delta P_{medida\ offset\ sensor} = \Delta v_{o\ sensor\ offset} \times \frac{200Kpascales}{0.04volt \times A} = 5 Kpascales$$

El error es apreciable pero mucho menor que el error debido al offset del A.O.

El error debido al offset que se comete en la medida de la potencia medida será:

$$Pot_{Med} = \frac{1}{60} \sum_{60} V_i P_i = \frac{1}{60} \sum_{60} V_i (P_i + P_{offset}) = \frac{1}{60} \sum_{60} V_i P_i + P_{offset} \times \frac{1}{60} \sum_{60} V_i$$

$$\Delta_{PotMedia\ offset} = P_{offset} \times \frac{1}{60} \sum_{60} V_i = P_{offset} \times V_{media} = 80Kpascales \times 600(cm^3) = 48 Watios$$

Se necesita monitorizar la temperatura de un equipo sometido a condiciones ambientales extremas, y cuya temperatura varía en el rango 30°C a 300°C. Para facilitar la monitorización se utiliza la resistencia NTC 2322-633 cuya resistencia varía con la temperatura según la ecuación

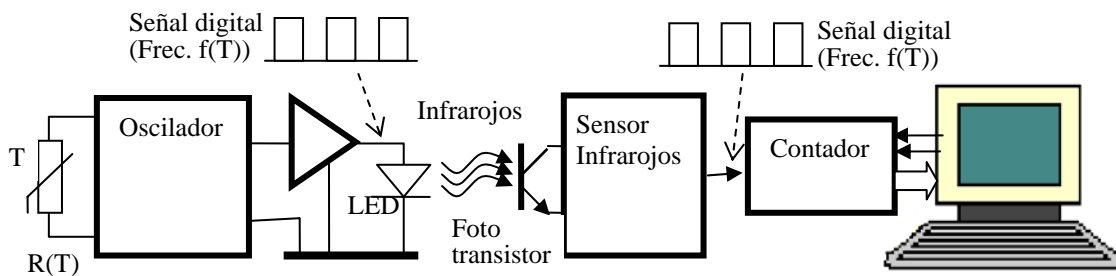
$$R(T) = A e^{\frac{B}{T}} \text{ (en } \Omega) \quad \text{siendo:} \begin{cases} A = 0.30 \Omega (\pm 5\%) \\ B = 4050^\circ K (\pm 5\%) \\ T_a \text{ (Temperatura } ^\circ K) \end{cases}$$

Esta resistencia controla un oscilador cuya frecuencia varía linealmente con la inversa de la resistencia, y que por tanto es función de la temperatura. La relación entre la frecuencia del oscilador y la resistencia es

$$f(R) = \frac{2 \cdot 10^8}{R(\text{en } \Omega)} \text{ (en Hz)}$$

La salida del oscilador alimenta un LED de infrarrojos que transfiere la señal desde el punto de medida de la temperatura hasta el punto de monitorización. Allí la señal se detecta mediante un fototransistor, se restaura a una señal digital, cuya frecuencia es la del oscilador del punto de medida, y por tanto dependiente de la temperatura.

El ordenador mide la temperatura a través de la medida de la frecuencia de la señal digital. Para ello dispone de un contador que cuenta los ciclos de la señal durante un tiempo  $T_o=100$  ms. De la lectura de la cuenta el computador calcula la temperatura.



**Cuestiones:**

1º ( 2 puntos) Proponer el código de la función

```
LeeTemperatura return float
```

que retorna la temperatura que se mide expresada en °C.  
 Para ello se dispone de las funciones:

```
ResetCounter; -- Procedimientos que pone a cero el contador e inicia la cuenta
StopCounter; -- Procedimiento que para la cuenta del contador.
ReadCounter return LongInteger -- Retorna la cuenta que tiene establecida el contador.
```

2º (4 puntos) Si el tiempo  $T_o$  durante el que se deja contar al contador es 100 ms, determinar la incertidumbre de la medida de la temperatura debida a la discretización de la cuenta del contador. Calcular la incertidumbre para un nivel de confianza del 95% cuando se mide 30°C y cuando se mide 300°C.

3º (4 puntos) Determinar la incertidumbre (para el nivel de confianza del 95%) y el error máximo en la medida de la temperatura si los coeficientes A y B de la NTC tienen un error máximo del 5%. Calcular la esta incertidumbre y el error máximo cuando se mide la temperatura de 100°C.

Solución del examen

Ecuaciones directas:

La cuenta N que se lee en el contador cuando se mide la temperatura T °C es,

$$N = f(R) * T_o = \frac{K_f}{R(T)} T_o = \frac{K_f}{A e^{\frac{B}{T}}} T_o$$

siendo, N => Cuenta del contador

f(R) => Frecuencia a la que oscila el oscilador

T<sub>o</sub> = 0.1 s => Tiempo durante el que se cuenta

K<sub>f</sub> = 2 1018 => Constante del oscilador

A = 0.30 Ω => Constante de la NTC

B = 4050 °K => Constante de la NTC

T (°K) => Temperatura que se mide.

Para los rangos de temperatura que se opera los valores de todas estas variables, son

T (°C)	T (°K)	R (Ω)	f(Hz)	N
30°	303 °K	191446	1.04 E3	104
100°	373 °K	15583.0	1.28 E4	1280
300°	573 °K	352.162	5.68 E5	56800

Ecuaciones inversas:

$$A e^{\frac{B}{T}} = \frac{K_f T_o}{N} \Rightarrow T = \frac{B}{\ln \left[ \frac{K_f T_o}{NA} \right]}$$

1º) Programa

```
LeeTemperatura return flota;
To: float:= 0.1;
A: float:= 0.3;
B: float:=4050.0;
Kf: float:=2.0E8;
f: float;

begin
ResetCounter;
Delay To;
StopCounter;
f:=ReadCounter/To;
return B/Ln(Kf/A/f) - 273;
end;
```

2º) Incertidumbre de la medida de la temperatura debida a la cuantización del contador.

El error en la cuenta debido al error de cuantización de contador, y la cota de la desviación estandar del error de la cuenta son:

$$\Delta N = \frac{1}{2} \Rightarrow U_N = \frac{\Delta N}{\sqrt{3}} = 0.289$$

La correspondiente cota de la desviación estándar de la temperatura medida es,

$$T = \frac{B}{\ln\left[\frac{K_f T_o}{NA}\right]} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial N} = \frac{B}{\ln\left[\frac{K_f T_o}{NA}\right]^2} \frac{NA K_f T_o}{K_f T_o A} \frac{1}{N^2} = \frac{T^2}{BN}$$

$$U_T^2 = \left[\frac{\partial T}{\partial N}\right]^2 U_N^2$$

La incertidumbre en la medida de la temperatura T para un nivel de confianza del 95% es

$$I_T = 2 U_T$$

Los valores de estas magnitudes para la temperatura indicadas son

T(°C)	N	dT/dN	U <sub>T</sub> (°C)	I <sub>T</sub> (°C)
30°	104	0.217	0.0626	0.125 °
300°	56792	0.00143	4.12E-4	8.24 E-4 °

3º) Error máximo e incertidumbre (para el 95%) en la medida de T como consecuencia del error en los coeficientes A y B de la NTC

$$\Delta T = \left|\frac{\partial T}{\partial A}\right|\Delta A + \left|\frac{\partial T}{\partial B}\right|\Delta B \quad \text{siendo} \quad \begin{aligned} \Delta A &= 0.05A = 0.015 \\ \Delta B &= 0.05B = 202.5 \end{aligned}$$

$$T = \frac{B}{\ln\left[\frac{K_f T_o}{NA}\right]} \Rightarrow \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial A} &= \frac{T^2}{BA} \\ \frac{\partial T}{\partial B} &= \frac{T}{B} \end{aligned}$$

Para la temperatura T=100°C

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial A} &= 114.5 \\ \frac{\partial T}{\partial B} &= 0.09 \end{aligned} \quad \Delta T = 20.37^\circ$$

Considerando que los errores en A y B no varían entre medidas, su error no influye en la incertidumbre de la medida. Son errores que contribuyen al error sistemático y no al valor aleatorio.