

**ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES  
Y DE TELECOMUNICACION**

**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**



**INSTRUMENTACION ELECTRÓNICA DE COMUNICACIONES**

**(5º Curso Ingeniería de Telecomunicación)**

**Tema II: Introducción a los sistemas de instrumentación  
(Ejercicios resueltos)**

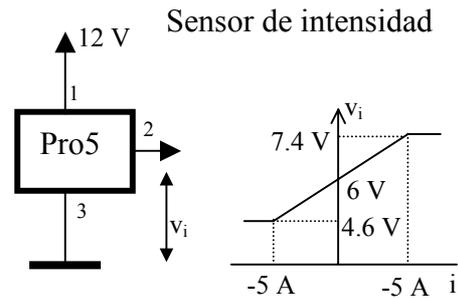
**José María Drake Moyano  
Dpto. de Electrónica y Computadores  
Santander, 2005**

## Tema II: MODELO DEL AMPLIFICADOR OPERACIONAL REAL.

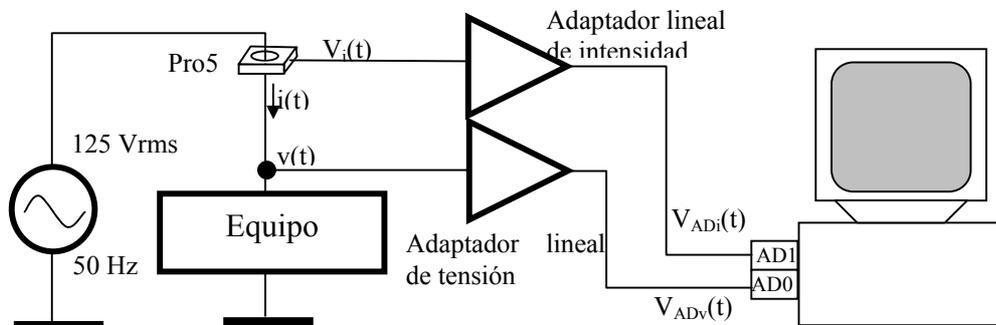
### Ejemplo 1: Medida de la potencia consumida por un equipo.

Se necesita monitorizar con precisión el consumo de potencia activa y reactiva de un equipo que se encuentra alimentado con una línea monofásica de 125 Vrms y 50 Hz y tierra. La impedancia resistiva del instrumento está en el rango entre 40 y 60  $\Omega$  y la reactancia entre 0 y 10  $\Omega$ .

La tensión instantánea de alimentación del equipo se adapta a la tensión de entrada del convertidor A/D mediante un circuito activo lineal basado en un amplificador AD741 que transforma los niveles de tensión. La intensidad se mide mediante un sensor de corriente basado en efecto may del modelo PRO-5 de la casa AMPLOC cuyas hojas características se adjuntan al examen. Se utiliza un circuito lineal basado el amplificador AD741 para adaptar la señal de salida del sensor a la entrada del convertidor A/D y poder medir la corriente instantánea de la intensidad desde el computador.



Los convertidores A/D que se utilizan son bipolares y tienen un rango de entrada entre  $-5$  y  $+5$  V. Así mismo las fuentes de alimentación de continua disponibles para el circuito electrónico de adaptación es de  $\pm 12$  V.



Para este sistema de medida:

1º) Proponer y diseñar los circuitos de adaptación de la señal de tensión y de intensidad para que el sistema tenga la funcionalidad requerida.

2º) Proponer el código del programa que implementa el procedimiento que realiza la medida de potencia activa y reactiva en el equipo cuando se le invoca.

**procedure** Calcula\_Potencias(**var** Pot\_Activa: Real; **var** Pot\_Reactiva :real);

Considerar que se dispone de una función que permite leer los convertidores A/D.

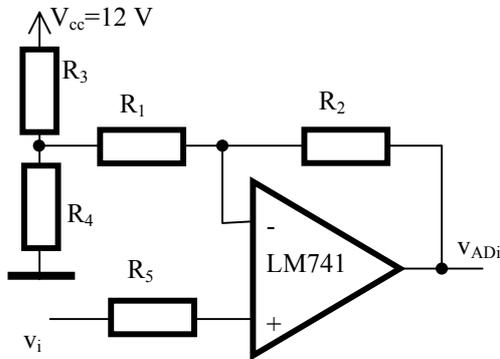
**function** Lee\_AD(ch: Channel): real; (\* Retorna la tension entre  $\pm 5$ V\*)

**Solución:**

1) Diseño y calculo de los adaptadores lineales.

Adaptador de la señal de intensidad.

La tensión instantánea máxima de la tensión es:



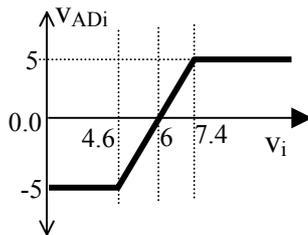
$$v_{\max} = \sqrt{2} V_{rms} = \sqrt{2} * 125 = 177 V$$

La intensidad instantánea máxima es:

$$i_{\max} = v_{\max} / R_{\min} = 177 / 40 = 4.42 A$$

La señal de salida que produce el sensor Pro5 para una entrada de  $\pm 5 A$  es de  $+6 \pm 1.4 V$ , esto es en el rango 4.6 a 7.4 V.

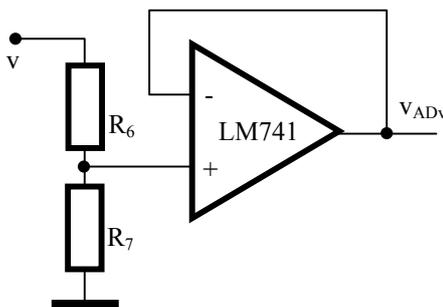
Se propone un circuito con una ganancia de  $5/1.4 = 3.57$  y un offset de  $-6 V$ .



$$v_{ADi} = \frac{5}{1.4}(v_i - 6) = \frac{R_2}{R_1 + R_3 // R_4} \left( v_i - V_{cc} \frac{R_4}{R_3 + R_4} \frac{R_2}{R_1 * R_3 // R_4} \right)$$

lo que se puede conseguir con:  **$R_1=10K$ ,  $R_2=25.7K$ ,  $R_3=4.14K$ ,  $R_4=1K$  y  $R_5=8K$**

Adaptador de la señal de tensión:



Aunque la tensión instantánea de entrada máxima esperada es de 177 V, dejamos un margen de seguridad y establecemos el factor de amortiguamiento de forma que una entrada de 200 v genere una tensión de 5 V.

$$A = \frac{5}{200} = 0.025 = \frac{R_7}{R_6 + R_7}$$

Esto puede conseguirse con  **$R_7=1K$ , y  $R_6=39K$**

2) Programa de medida.

Calculamos las potencias, muestreando las señales de tensión y de intensidad a razón de 32 muestras/s. Para el cálculo de las potencias activas y reactivas utilizamos las expresiones:

$$Pot\_Activa = \frac{1}{T} \int_0^T v(t)i(t)dt = \frac{1}{31} \sum_{n=0}^{31} v[n]i[n]$$

$$Pot\_Reactiva = \frac{1}{T} \int_0^T v(t)i(t + T_{señal}/4)dt = \frac{1}{32} \sum_{n=0}^{31} v[n][n+8]$$

Ecuaciones inversas:

$$v_i = 40 \times v_{ADv}$$

$$i = 1.0(A/V) \times v_{ADi}$$

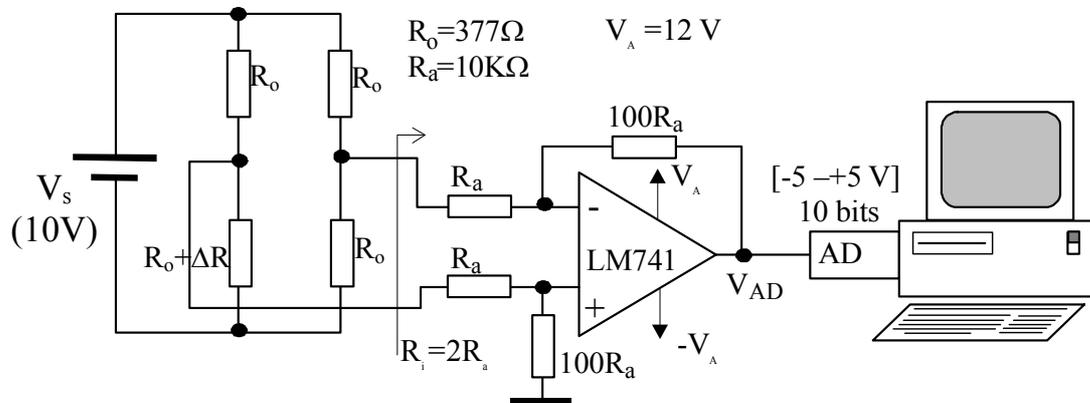
```

procedure Calcula_Potencias(var Pot_Activa:real;var
Pot_Reactiva:real);
const T=20/32.0; (* periodo de muestreo en ms *)
type Valores=array [0..31] of real;
var v: Valores;
    i: Valores;
    n: Integer;
begin
    (* Muetrea un periodo de señal *)
for n:=0 to 31 do begin
    v[n]:= Lee_AD(0)*40.0; (* Tension en el equipo en voltios *)
    i[n]:= Lee_AD(1);      (* Intensidad en el equipo en amperio *)
    delay(T);
end;
    (* Calcula potencias activas y reactiva *)
    Pot_Activa := 0.0;
    Pot_Reactiva:= 0.0;
for n:=0 to 31 do begin
    Pot_Activa:= Pot_Activa + v[n]*i[n];
    pot_Reactiva:= Pot_Reactiva+v[n]*i[(n+8)mod 32];
end;
    Pot_Activa:=Pot_Activa/32.0;
    Pot_Reactiva:=Pot_Reactiva/32.0;
end;

```

## Ejemplo 2: Diseño de un amplificador de instrumentación.

Un sistema de medida se basa en un transductor resistivo que ofrece una variación de la resistencia proporcional a la magnitud a la que es sensible. En el rango en que opera la variación máxima de  $\Delta R$  es del 2% de  $R_o$ .



Se desea que el error que introduzca el circuito sea inferior a la mitad del valor correspondiente al bit menos significativos del convertidor A/D ( $\frac{1}{2}$ LSB).

### Comportamiento ideal

Determinar la relación  $v_o-\Delta R$  del circuito del sistema de medida, así como el tanto por ciento de linealidad que presenta.

$$V_{AD} = V_s A_d \left[ \frac{R_o + \Delta R}{2R_o + \Delta R} - \frac{1}{2} \right] \frac{R_i}{R_i + \frac{R_o}{2} + \frac{R_o(R_o + \Delta R)}{2R_o + \Delta R}} =$$

$$= \frac{V_s A_d}{4} \frac{R_i}{R_i + R_o} \frac{\Delta R}{R_o} \left[ 1 - \frac{\Delta R \left( R_i + \frac{3}{2} R_o \right)}{2(R_i + R_o)R_o + \Delta R \left( R_i + \frac{3}{2} R_o \right)} \right]$$

### Comportamiento lineal

Si  $\Delta R \rightarrow 0$  (comportamiento lineal) la amplitud de la salida del amplificador diferencial es

$$v_{AD} = \frac{V_s A_d}{4} \frac{R_i}{R_o + R_i} \frac{\Delta R}{R_o} \begin{cases} \text{Si } \Delta R = -0.02 R_o & \Rightarrow v_{AC} = -4.9075 V \\ \text{Si } \Delta R = 0 & \Rightarrow v_{AC} = 0 V \\ \text{Si } \Delta R = 0.02 R_o & \Rightarrow v_{AC} = 4.9075 V \end{cases}$$

### Máximo error admitido.

La mitad de la tensión que corresponde al bit menos significativo del conversor A/D.

$$\text{Max Error en } v_{AD} = 10 * 2^{-(N+1)} = 0.00049 V$$

$$\text{Max Error en } \% \frac{\Delta R}{R_o} = 100 \frac{4 \text{ Max } \Delta v_{AD}}{V_s A_d} \frac{R_o + R_i}{R_i} = 0.0002\%$$

## Análisis del rango dinámico del circuito

La impedancia de entrada del convertidor A/D es alta, y las intensidades que requiere del amplificador son inferiores al mA. Es por tanto compatible con el rango dinámico de intensidad del amplificador operacional ( $I_{\text{sat-}}=-25\text{mA}$  a  $I_{\text{sat+}}=25\text{mA}$ ).

El rango de variación de  $v_{\text{AD}}$  es (-4.9V a +4.9V):

- Es compatible con el rango dinámico del amplificador operacional ( $V_{\text{sat-}}=-11\text{V}$  a  $V_{\text{sat+}}=+11\text{V}$ ).
- Es compatible (aunque ajustado) con el rango dinámico del convertidor A/D (-5V a +5V).

## Error en salida debido a Offset Tensión

En el amplificador operacional LM741,  $V_{\text{offset}}=1\text{ mV}$  (típico)

$$V_{\text{AD\_Offset}} = \left( 1 + \frac{100R_a}{R_a + R_o/2} \right) V_{\text{offset}} = 0.099\text{ V}$$

Es 200 veces superior al error admisible.

Habría que elegir un nuevo amplificador con un valor de  $V_{\text{offset}}$  inferior a:

$$V_{\text{offset\_máximo}} = \frac{\text{Maximo error } v_{\text{AD}}}{\left( 1 + \frac{100R}{R_a + R_o/2} \right)} = 5\ \mu\text{V}$$

## Error en salida debida a offset de intensidad

En el amplificador LM741 los offset de intensidad son:  $I_{\text{Bias}}=8\text{ nA}$   $I_{\text{Offset}}=2\text{ nA}$  (típicos).

$$V_{\text{AD\_Offset}} = \left( 1 + \frac{100R_a}{R_a + R_o/2} \right) (100R_a // (R_a + R_o/2)) I_{\text{Offset}} = 0.02\text{ V}$$

Que es 40 veces superior al máximo error en  $V_{\text{AD}}$  admitido.

La máxima intensidad de offset que debe tener el amplificador operacional es:

$$I_{\text{Offset\_Máximo}} = \frac{\text{Maximo Error } V_{\text{AD}}}{\left( 1 + \frac{100R_a}{R_a + R_o/2} \right) (100R_a // (R_a + R_o/2))} = 490\ \text{pA}$$

### Efecto del factor de rechazo al modo común (CMRR)

En el amplificador LM741 CMRR=70 dB=3160

El error que el CMRR introduce en la salida del amplificador es

$$V_{AD\_CMRR} = \left(1 + \frac{100R_a}{R_a + R_o/2}\right) V_s \frac{R_o // (101R_a)}{R_o + (R_o + 101R_a)} \frac{100R_a}{100R_a + R_a + R_o/2} \frac{1}{CMRR} = 1.58 \text{ mV}$$

Este valor es aproximadamente 3 veces superior a la valor máximo admisible.

Habría que buscar un amplificador con un CMRR superior a

$$CMRR = \frac{\left(1 + \frac{100R_a}{R_a + R_o/2}\right) V_s \frac{R_o // (101R_a)}{R_o + (R_o + 101R_a)} \frac{100R_a}{100R_a + R_a + R_o/2}}{\text{Error máximo } v_{AD}} = 1.02 \cdot 10^4 = 80 \text{ dB}$$

### Efecto del factor de rechazo al ruido en la fuente de alimentación PSRR

En el amplificador operacional LM 741 el valor de PSRR= 30 μV/V.

La máxima variación en la fuente de alimentación admisible es:

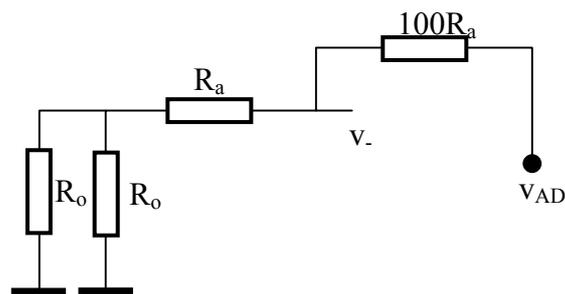
$$\Delta v_{AD} = \Delta V_A \times PSRR \Rightarrow \Delta V_A = \frac{\Delta v_{AD}}{PSRR} = \frac{490 \mu V}{30 \mu V/V} = 16,3 \text{ V}$$

Este requerimiento sobre la fuente de alimentación es muy laxo, ya que la fuente es de 12 V.

### Anchura de banda del circuito

$$\alpha = \frac{v_-}{v_{AD}} = \frac{R_a + R_o/2}{100R_a + R_a + R_o/2} = \frac{1}{101}$$

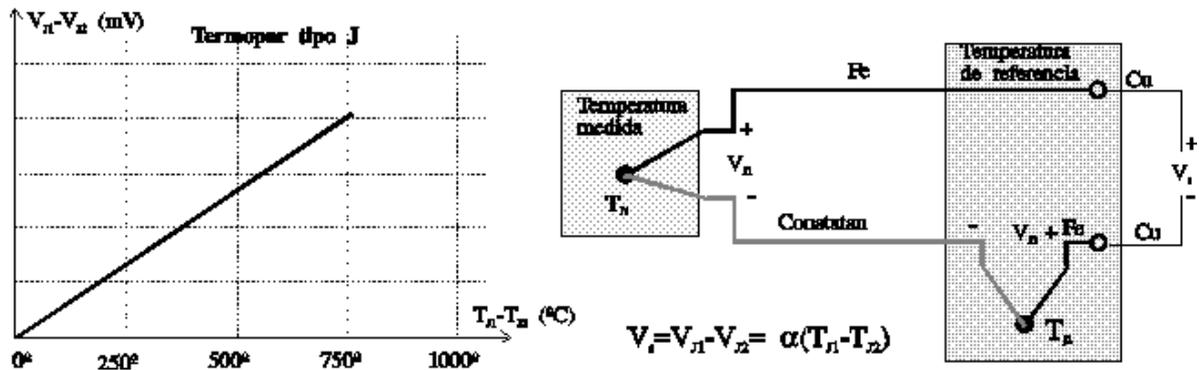
$$BW = f_T \alpha = 1 \text{ MHz} \frac{1}{101} = 10 \text{ KHz}$$



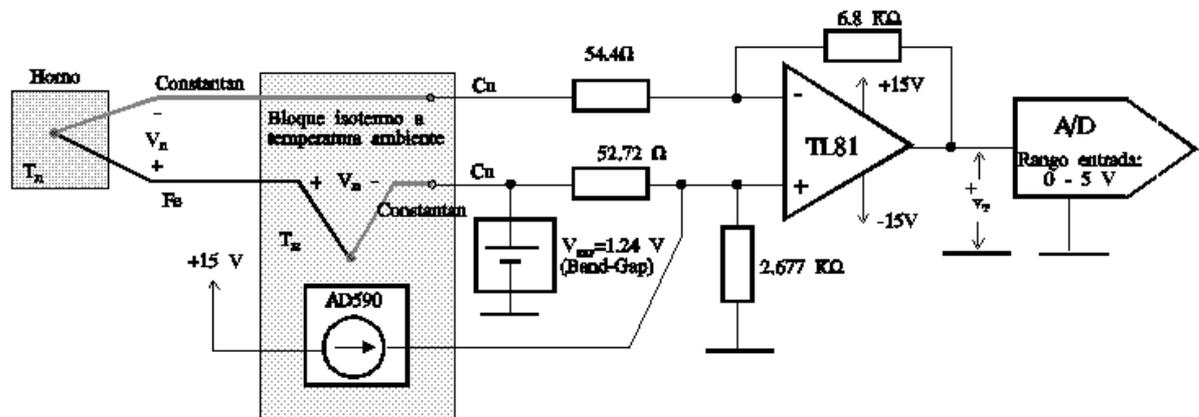
### Ejemplo 3: Sistema para la monitorización de la temperatura de un horno.

Se necesita monitorizar la temperatura de un horno de cerámica que opera a temperaturas en el rango 500 - 750 °C. Para ello se utiliza un termopar Hierro-Constantan (ANSI J).

En la gráfica adjunta se muestra la tensión por efecto Seebeck que genera este tipo de termopar. El coeficiente Seebeck  $\alpha$  de este tipo de termopar es de  $51.7 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$  y su impedancia interna despreciable.



Para no necesitar una fuente de temperatura de referencia se utiliza un transductor de temperatura integrado AD590, que genera una intensidad proporcional a la temperatura ( $1\mu\text{A}/^\circ\text{C}$ ) y que opera en el rango de temperatura ambiente ( $0^\circ\text{C} - 40^\circ\text{C}$ ). El circuito de la figura ha sido diseñado para que la tensión de salida sea proporcional a la temperatura que se mide  $T_{J1}$  y no dependa de la temperatura de referencia  $T_{J2}$ .



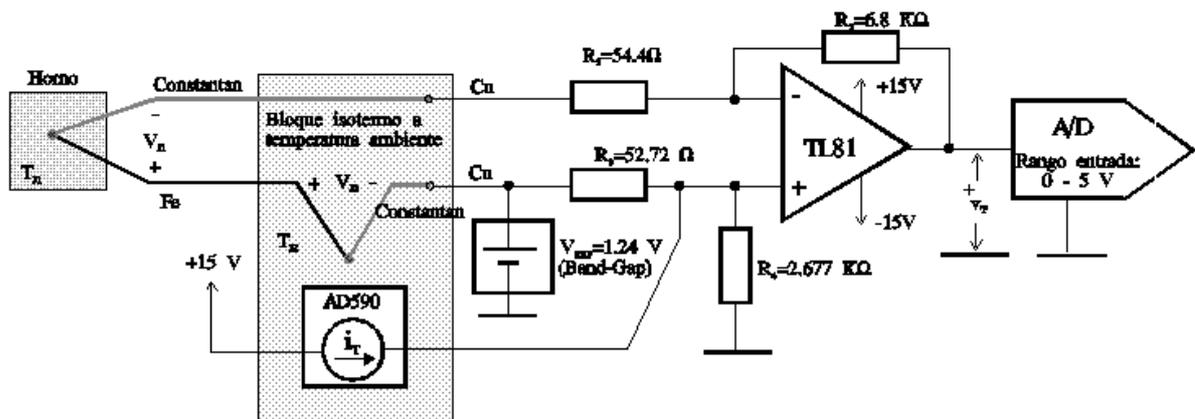
Comprobar que el circuito propuesto es adecuado para medir desde el ordenador la temperatura del horno, con una resolución de  $1^\circ\text{C}$ . En particular analizar los siguientes aspectos:

- 1º) ¿Cual debe ser la resolución (mínimo nº de bits) del convertidor para conseguir la resolución de  $1^\circ\text{C}$  requerida?
- 2º) Evaluar el efecto de los offset de tensión e intensidad del amplificador operacional. ¿Compromete estos offset la resolución requerida?. En caso afirmativo, ¿que solución propone?

3º) Considerese que todos los elementos son ideales salvo las resistencias. Proponga para cada resistencia la tolerancia que deben tener, si se desea conseguir que la precisión de la medida de la temperatura sea mejor de 1°C.

4º) Proponga un procedimiento de calibración y de medida que debe seguirse para conseguir que el sistema tenga la mejor resolución. Justificar cada paso del procedimiento en función del objetivo que se persigue, del beneficio que se obtiene y de las características de los equipos que se requiere para llevarlo a cabo.

### Solución



Considerando que la impedancia interna del termopar es despreciable, y que el amplificador operacional es ideal, la tensión de salida  $v_T$  es:

$$v_T = \frac{R_2}{R_1} [v_{J1} - v_{J2} - V_{REF}] + \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \left[ V_{REF} \frac{R_4}{R_3 + R_4} + I_T \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} \right]$$

$$= \frac{\alpha R_2}{R_1} T_{J1} - \frac{\alpha R_2}{R_1} T_{J2} - V_{REF} \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{R_1 (R_3 + R_4)} + \frac{\beta (R_1 + R_2) R_3 R_4}{R_1 (R_3 + R_4)} (273 + T_{J2}) =$$

$$= 6.4625E - 3 T_{J1} - 1.95E - 4 T_{J2} - 5.65E - 2$$

Dado que  $T_{J1}$  varía en el rango de temperaturas  $500^\circ\text{C} < T_{J1} < 750^\circ\text{C}$ , y  $T_{J2}$  es la temperatura ambiente ( $20^\circ\text{C} < T_{J2} < 30^\circ\text{C}$ ) Se comprueba que la tensión de salida es prácticamente independiente de  $T_{J2}$ . Una variación de  $10^\circ\text{C}$  en  $T_{J2}$  representa un cambio de  $0.3^\circ\text{C}$  en  $T_{J1}$ .

Considerando una temperatura ambiente media de  $T_{J2} = 25^\circ\text{C}$ , la relación entre temperatura que se mide  $T_{J1}$  y la tensión a la entrada del convertidor A/D, se puede aproximar por:

$$v_T = 6.4625E - 3 T_{J1} + 0.06138$$

El rango de variación de la salida sería:

$$T_{J1} = 500^\circ\text{C} \quad \implies \quad v_T = 3.1699\text{ V}$$

$$T_{J1} = 750^\circ\text{C} \quad \implies \quad v_T = 4.7855\text{ V}$$

$$T_{J1} = 783.25^\circ\text{C} \quad \leq \implies \quad v_T = 5.0\text{ V}$$

### Cuestión 1

La resolución del convertidor A/D debe ser:

$$783.25^\circ 2^{-(N+1)} \leq 1^\circ C \implies N = \frac{\log 783.25}{\log 2} - 1 = 8.61 \implies N = 9 \text{ bits}$$

### Cuestión 2

El efecto del offset de tensión del amplificador operacional  $V_{OA \text{ Offset}} < 3 \text{ mV}$  es:

$$v_{T \text{ Offset}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_{OA \text{ Offset}} = 126 \times 3 \text{ mV} = 0.38 \text{ V}$$

Este efecto del offset equivale a un error en temperatura de:

$$\Delta T_{\text{Offset}} = \frac{0.38 \text{ V}}{6.4625 \cdot 10^{-3}} = 59^\circ C$$

Este valor implica que el amplificador operacional TL081 es totalmente inadecuado para esta aplicación. La solución es sustituirlo por un AO con un offset mas bajo:

$$\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_{OA \text{ Offset}} \leq \frac{5 \text{ V}}{783.25} \implies V_{OA \text{ Offset}} \leq 50 \mu\text{V}$$

Tratar de compensar el offset con un circuito de compensación es poco prometedor, ya que la fluctuación de sólo un 2% tras el ajuste implicaría un error de  $1^\circ C$

### Cuestión 3

Una variación de  $1^\circ C$  equivale a una variación en  $v_T$  de 6.46 mV

$$\Delta v_T = \frac{\partial v_T}{\partial T_J} \Delta T_J = \frac{\alpha R_2}{R_1} \Delta T_J \implies \Delta T_J = 1^\circ C \implies \Delta v_T = 6.4625 \text{ mV}$$

La variación de  $v_T$  en función de las variaciones de las cuatro resistencias es:

$$\Delta v_T = 6.46 \cdot 10^{-3} \text{ V} \leq \left| \frac{\partial v_T}{\partial R_1} \Delta R_1 \right| + \left| \frac{\partial v_T}{\partial R_2} \Delta R_2 \right| + \left| \frac{\partial v_T}{\partial R_3} \Delta R_3 \right| + \left| \frac{\partial v_T}{\partial R_4} \Delta R_4 \right|$$

Haciendo el análisis para  $T_{J2}=500^\circ C$  y  $T_{J1}=25^\circ C$  que es el peor caso, esto se consigue si,

$$\frac{\partial v_T}{\partial R_1} * R_1 = - \frac{R_2 \alpha}{R_1} (T_{J1} - T_{J2}) - V_{REF} \frac{R_2 R_3}{R_1 (R_3 + R_4)} - \beta \frac{R_2 R_3 R_4}{R_1 (R_3 + R_4)} (273 + T_{J2}) = - 8.0$$

$$\frac{\Delta R_1}{R_1} \leq \frac{1.615 \cdot 10^{-3}}{\frac{\partial v_T}{\partial R_1} * R_1} = 0.0002 = 0.02\%$$

$$\frac{\partial v_T}{\partial R_2} * R_2 = \frac{R_2 \alpha}{R_1} (T_J 1 - T_J 2) + V_{REF} \frac{R_2 R_3}{R_1 (R_3 + R_4)} + \beta \frac{R_2 R_3 R_4}{R_1 (R_3 + R_4)} (273 + T_J 2) = 8.0$$

$$\frac{\Delta R_2}{R_2} \leq \frac{1.615 \cdot 10^{-3}}{\frac{\partial v_T}{\partial R_2} * R_2} = 0.0002 = 0.02\%$$

$$\frac{\partial v_T}{\partial R_3} * R_3 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left[ -V_{REF} \frac{R_3 * R_4}{(R_3 + R_4)^2} + \beta (273 + T_J 2) \frac{R_3 R_4^2}{(R_3 + R_4)^2} \right] = -1.0$$

$$\frac{\Delta R_3}{R_3} \leq \frac{1.615 \cdot 10^{-3}}{\frac{\partial v_T}{\partial R_3} * R_3} = 0.00153 = 0.15\%$$

$$\frac{\partial v_T}{\partial R_4} * R_4 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left[ V_{REF} \frac{R_3 * R_4}{(R_3 + R_4)^2} + \beta (273 + T_J 2) \frac{R_4 R_3^2}{(R_3 + R_4)^2} \right] = 3.0$$

$$\frac{\Delta R_4}{R_4} \leq \frac{1.615 \cdot 10^{-3}}{\frac{\partial v_T}{\partial R_4} * R_4} = 0.00054 = 0.054\%$$

#### **Cuestión 4**

El sistema no puede funcionar tal como está propuesto porque:

- El offset del amplificador operacional aporta un error excesivo (error de 59°C).
- Resistencias con la precisión que se requiere, no se fabrican.

Bajo la suposición de que el offset no varía durante los tiempos de medida (suposición poco creíble), y las resistencias son estables (suposición creíble), se podría ajustar la ecuación de medida

$$v_T = a T_{J1} + b$$

a partir de medidas sobre dos fuentes térmicas de temperatura  $T_{R1}$  y  $T_{R2}$  conocidas.

$$\begin{aligned} v_{T1} = a T_{R1} + b & \Rightarrow a = (v_{T1} - v_{T2}) / (T_{R1} - T_{R2}) \\ v_{T2} = a T_{R2} + b & \Rightarrow b = v_{T1} - T_{R1} (v_{T1} - v_{T2}) / (T_{R1} - T_{R2}) \end{aligned}$$

Las fuentes térmicas deben ser de una precisión 1°C equivalente a la requerida. Deberían ser de temperatura dentro del rango de trabajo y tener los valores mas diferentes posibles.

Bajo estas condiciones el error que se cometería sería el error de no linealidad.

Considerando que los componentes electrónicos (resistencias y amplificador operacional) son lineales, el problema recaería sobre la linealidad del termopar.

La información disponible sobre la no linealidad del termopar Hierro-Constantan (ANSI J), es la que se muestra en la tabla siguiente,

**Thermocouple tables**

The IPTS-68 standard defines thermocouple voltages as a function of temperature according to the following polynomial equation:

$$V=C_0+C_1T+C_2T^2+C_3T^3+\dots +C_nT^n$$

**Where:**

- $V$  = thermocouple voltage in units of  $\mu V$  ( $10^{-6} V$ , or microvolts)
- $T$  = thermocouple temperature in  $^{\circ}Celsius$
- $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$  = polynomial coefficients

**Type J Thermocouples**

Number of ranges = 2  
 Range #1 -210 to 760°C  
 Order of polynomial = 7

Power of T	Coefficient
0	0.0000000000000000+0000
1	5.03727530270000E+0001
2	3.04254912840000E-0002
3	-8.5669750460000E-0005
4	1.33488257350000E-0007
5	-1.70224059660000E-0010
6	1.94160910010000E-0013
7	-9.63918448590000E-0017

El error de no linealidad a fondo de escala

$$v(T) = C_1T \left( 1 + \frac{C_2}{C_1}T + \frac{C_3}{C_1}T^2 + \frac{C_4}{C_1}T^3 + \frac{C_5}{C_1}T^4 + \frac{C_6}{C_1}T^5 + \frac{C_7}{C_1}T^6 + \frac{C_8}{C_1}T^7 \right)$$

$$\% \Delta NoLinealidad = 100 \times \left( \frac{C_2}{C_1}T + \frac{C_3}{C_1}T^2 + \frac{C_4}{C_1}T^3 + \frac{C_5}{C_1}T^4 + \frac{C_6}{C_1}T^5 + \frac{C_7}{C_1}T^6 + \frac{C_8}{C_1}T^7 \right) = 21.3\%$$

Esto supone un error de medida de  $0.213 \cdot 750 = 160^{\circ}C$  cuando se mide el fondo de escala de  $750^{\circ}C$ .

La solución está en considerar dentro del programa la ecuación polinómica de orden 7 que se dispone. En este caso habría que estudiar el error de conformidad polinómica correspondiente.