



# EXTENSIONES DE LAS REDES DE PETRI: TEMPORIZACIÓN

PROGRAMACIÓN CONCURRENTE

MASTER EN COMPUTACIÓN

DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA Y COMPUTADORES

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA  
CURSO 2012/13

Programación Concurrente:  
Redes de Petri

Mercedes Granda  
Departamento de Electrónica y Computadores

1

# REDES DE PETRI: EXTENSIONES



Se han introducido extensiones en las redes de Petri para incrementar la potencia de modelado o para conseguir descripciones más condensadas de la herramienta. Las extensiones más importantes son:

- **Redes de Petri generalizadas (RPG)**
- **Red de Petri con capacidad limitada (RPC)**
- **Redes de Petri con transiciones no estándar**
- **Redes de Petri coloreadas**
- **Red de Petri con arcos inhibidores (RPAI)**
- **Redes de Petri temporizadas**

Programación Concurrente:  
Redes de Petri

Mercedes Granda  
Departamento de Electrónica y Computadores

2

## REDES DE PETRI: EXTENSIONES



- **Redes de Petri generalizadas (RPG)** son aquellas en las que se introduce un peso en los arcos. Un arco no etiquetado es de valoración unidad.
- **Redes de Petri con capacidad limitada (RPC)** son aquellas en la que la capacidad para contener testigos de cada plaza está limitada a un valor máximo. Una transición estará habilitada sólo si en todos los lugares de entrada hay marcas y si el marcado que resulte de su disparo no viola las restricciones de capacidad establecidas.
- **Redes de Petri con transiciones no estándar** son aquellas en las que se modifica la regla de disparo de las transiciones.
- **Redes de Petri coloreadas** son aquellas en las que cada arco de entrada a las transiciones y cada testigo pueden llevar asociado un color que los diferencie de otros. A cada lugar y a cada transición se les asigna unos conjuntos de colores. Los colores de las marcas pueden ser modificados por el disparo de una transición.

La regla de disparo depende del color de los testigos y se puede incluir en el modelado del evento el conocimiento del origen del testigo. Las redes de Petri coloreadas se utilizan para condensar la descripción y el análisis de sistemas en los que se identifican diferentes subsistemas independientes pero que operan en paralelo o de forma síncrona.

Programación Concurrente:  
Redes de Petri

Mercedes Granda  
Departamento de Electrónica y Computadores

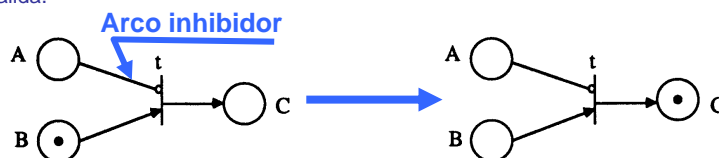
3

## REDES DE PETRI: EXTENSIONES



- **Red de Petri con arcos inhibidores (RPAI)** es aquella a la que se añaden arcos inhibidores. Un **arco inhibidor** conecta una plaza a una transición (partiendo siempre de la plaza) y se representa por una línea que termina con un círculo (en vez de con una flecha) en la transición.

La condición de disparo de una transición se generaliza diciendo que una transición está habilitada cuando todas sus plazas de entrada unidas a la transición con arcos normales contienen al menos tantos testigos como arcos hay desde cada plaza a la transición ( $I(p,t)$ ) y no hay ningún testigo en las plazas de entrada unidas a las transiciones por arcos inhibidores. El disparo de la transición  $t$  retira  $I(p,t)$  testigos de cada una de sus plazas de entrada normales y añade  $O(t,p)$  testigos a sus plazas de salida.



Programación Concurrente:  
Redes de Petri

Mercedes Granda  
Departamento de Electrónica y Computadores

4

## REDES DE PETRI: EXTENSIONES



- **Redes de Petri temporizadas** son redes de Petri en las que se introduce el tiempo de duración de los eventos. Normalmente, esta extensión se realiza asociando con cada transición un tiempo de disparo.
- La introducción del tiempo en los modelos de redes de Petri estándar permite la descripción del comportamiento dinámico del sistema, teniendo en cuenta tanto los cambios de estado como la duración de cada acción realizada por el mismo.
- Estas redes son las de mayor interés para los procesos de descripción y evaluación de los sistemas concurrentes.

Programación Concurrente:  
Redes de Petri

Mercedes Granda  
Departamento de Electrónica y Computadores

5

## REDES DE PETRI TEMPORIZADAS



- Se han propuesto diferentes maneras de introducir el tiempo en una red de Petri, lo que da lugar a diferentes clases de **redes de Petri temporizadas**. Básicamente, se pueden clasificar en dos grandes grupos: deterministas y probabilísticas.
- En las **RdP deterministas**, se supone que los tiempos de llegada y de ejecución de las tareas y la sincronización consiguiente se conocen antes del análisis.
- En las **RdP probabilísticas**, la velocidad de llegada y los tiempos de servicio de las tareas se especifican mediante funciones de distribución de probabilidad. Se analizan utilizando la teoría de los procesos de Markov.

Programación Concurrente:  
Redes de Petri

Mercedes Granda  
Departamento de Electrónica y Computadores

6

## REDES DE PETRI TEMPORIZADAS



Algunas de las clases más importantes de redes de Petri temporizadas son:

- 1) Redes de Petri con tiempos deterministas (TPN).
- 2) Redes de Petri estocásticas (SPN).
- 3) Redes de Petri estocásticas generalizadas (GSPN).
- 4) Redes de Petri con tiempos deterministas generalizadas (GTPN).
- 5) Redes de Petri estocásticas extendidas (ESPN).

## REDES DE PETRI CON TIEMPOS DETERMINISTAS (TPN)

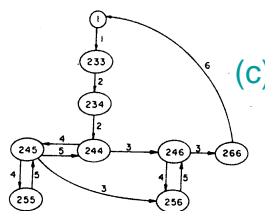
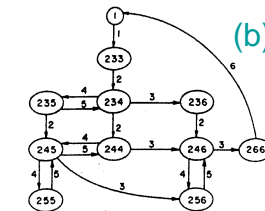
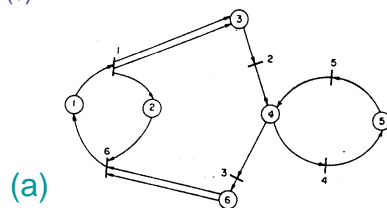


- Una posibilidad para introducir el tiempo en las redes de Petri consiste en asociar con cada transición un número que indica el retraso temporal que se produce desde que una transición se habilita hasta que se dispara.
- Cuando este retraso es una cantidad fija, las redes de Petri se denominan **redes de Petri con tiempos deterministas (Timed Petri Nets, TPN)**.
- Las restricciones temporales de una TPN pueden hacer que tenga menos estados que la RdP asociada.
- **PROBLEMAS:**
  - Resolución de los conflictos no definida.
  - Permiten sólo la validación de los sistemas modelados; no hay métodos de evaluación.

# REDES DE PETRI CON TIEMPOS DETERMINISTAS (TPN)



- En la figura (b), se muestra la máquina de testigos de la RdP de la figura (a) si se considera **no temporizada**.
- En la figura (c), se muestra la máquina de testigos de la RdP de la figura (a) si se considera **temporizada** y el tiempo de disparo de la transición  $t_2$  es menor que el tiempo de disparo de las transiciones  $t_3$  y  $t_4$ .
- Las restricciones temporales de la RdP impiden que se alcancen algunos de los estados de la figura (b).



Programación Concurrente:  
Redes de Petri

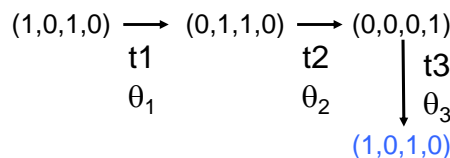
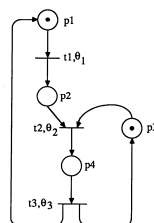
Mercedes Granda  
Departamento de Electrónica y Computadores

9

# REDES DE PETRI CON TIEMPOS DETERMINISTAS (TPN)



- En la figura, se muestra una TPN. Junto a cada transición, se muestra su **tiempo de disparo**,  $\theta_i$ . Esta red modela el comportamiento de una unidad de procesado que necesita la posesión de un recurso compartido con otras unidades. Un testigo en  $p_3$  significa que el recurso está disponible y un testigo en  $p_1$  representa el estado inicial de la unidad de procesado, cuando no lo necesita.



Programación Concurrente:  
Redes de Petri

Mercedes Granda  
Departamento de Electrónica y Computadores

10

## REDES DE PETRI ESTOCÁSTICAS (SPN)



- En las **redes de Petri estocásticas (SPN)** se utilizan variables aleatorias para especificar el comportamiento temporal del modelo.
- En las SPN, se asocia con cada transición de la red de Petri una variable aleatoria geométrica o exponencialmente distribuida que expresa el retraso desde la habilitación hasta el disparo de la transición. Se pueden analizar matemáticamente utilizando la teoría de las cadenas de Markov homogéneas en tiempo discreto o continuo, respectivamente.
- La combinación de las redes de Petri, con su capacidad de descripción de las sincronizaciones y paralelismos de tareas, y de un modelo estocástico, con su capacidad de abstraer el comportamiento estacionario del sistema, constituye una de las herramientas más potentes de que se dispone para evaluar las prestaciones de sistemas de cálculo complejos.
- **VENTAJAS:** Resolución de conflictos y herramientas de análisis.
- **DESVENTAJAS:** El número de estados de la SPN es el mismo que el de la red de Petri asociada.

Programación Concurrente:  
Redes de Petri

Mercedes Granda  
Departamento de Electrónica y Computadores

11

## REDES DE PETRI ESTOCÁSTICAS GENERALIZADAS (GSPN)



- Las **redes de Petri estocásticas generalizadas (Generalized SPN, GSPN)** tienen transiciones de dos clases diferentes: inmediatas y temporizadas.
- Las **transiciones inmediatas** se disparan instantáneamente (en tiempo cero) una vez que están habilitadas.
- Las **transiciones temporizadas** se disparan después de un tiempo de habilitación aleatorio exponencialmente distribuido.
- Se adopta el convenio de dibujar las transiciones temporizadas con trazo grueso y las transiciones inmediatas con trazo fino. Los tiempos de disparo están asociados sólo con las transiciones temporizadas y pueden depender del marcado de la GSPN.
- Las GSPN asocian el tiempo sólo con los eventos que tengan un mayor impacto sobre el comportamiento del sistema. En el caso de un sistema que realice tareas cuya duración difiera en varios órdenes de magnitud, las actividades cortas se pueden modelar sólo desde el punto de vista lógico y el tiempo se puede asociar con las más largas. De esta manera, se reduce la complejidad del cálculo de la solución.

Programación Concurrente:  
Redes de Petri

Mercedes Granda  
Departamento de Electrónica y Computadores

12

## REDES DE PETRI ESTOCÁSTICAS GENERALIZADAS (GSPN)

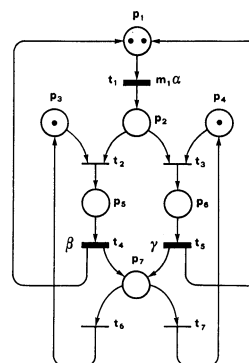


- En una GSPN, para un marcado dado, varias transiciones pueden estar simultáneamente habilitadas. Se pueden presentar los siguientes casos.
  - Si el conjunto de transiciones habilitadas,  $H$ , sólo contiene transiciones temporizadas, se calcula la probabilidad de disparo de cada una de ellas como en las SPN.
  - Si  $H$  incluye transiciones inmediatas y transiciones temporizadas, sólo las transiciones inmediatas pueden dispararse. **Las transiciones inmediatas tienen, por tanto, una prioridad más alta que las temporizadas.**
  - Si  $H$  contiene cero o más transiciones temporizadas y sólo una transición inmediata, ésta es la única que se dispara.
  - Cuando  $H$  incluye varias transiciones inmediatas, es necesario especificar una función densidad de probabilidad sobre el conjunto de transiciones inmediatas habilitadas de acuerdo con la cual se seleccione la transición a disparar.

## REDES DE PETRI ESTOCÁSTICAS GENERALIZADAS (GSPN)



- En la figura, se muestra un ejemplo de una GSPN con tres transiciones temporizadas ( $t_1, t_4$  y  $t_5$ ) y cuatro transiciones inmediatas ( $t_2, t_3, t_6$  y  $t_7$ ).
- Las transiciones  $t_6$  y  $t_7$  se habilitan siempre simultáneamente, de tal manera que es necesario definir una distribución de selección para cada marcado en que la plaza  $p_7$  contenga testigos.
- Las transiciones  $t_2$  y  $t_3$  pueden estar simultáneamente habilitadas si las plazas  $p_3$  y  $p_4$  contienen testigos. Por tanto, se debe definir una distribución de selección para cada marcado en el cual las plazas  $p_2, p_3$  y  $p_4$  contengan testigos.



## REDES DE PETRI ESTOCÁSTICAS GENERALIZADAS (GSPN)



- En general, el conjunto de alcanzabilidad de una GSPN es un subconjunto del conjunto de alcanzabilidad de la red de Petri asociada, debido a que las reglas de precedencia que se introducen con las transiciones inmediatas no permiten alcanzar algunos estados.

**VENTAJA:** Con las GSPN **se reduce el espacio de estados** y se permite modelar sistemas más grandes con un esfuerzo menor.

- El conjunto de estados o marcados de una GSPN se puede dividir en dos subconjuntos disjuntos:
  - El subconjunto de **estados tangibles** que sólo habilitan transiciones temporizadas.
  - El subconjunto de **estados evanescentes** que habilitan transiciones inmediatas.
- Los estados evanescentes pueden ser absorbidos por los tangibles reduciendo aún más el espacio de estados a analizar.

Programación Concurrente:  
Redes de Petri

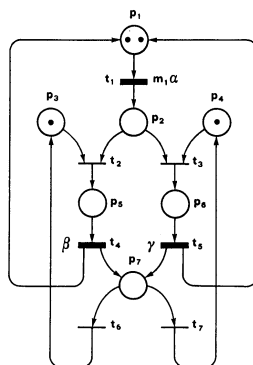
Mercedes Granda  
Departamento de Electrónica y Computadores

15

## REDES DE PETRI ESTOCÁSTICAS GENERALIZADAS (GSPN)



Para la red de la figura, el conjunto de alcanzabilidad de la red de Petri asociada tienen 33 estados, mientras que el de la GSPN tiene sólo 17 (8 tangibles y 9 evanescentes).



	m1	m2	m3	m4	m5	m6	m7
<b>MARCADOS TANGIBLES</b> (Habilitan sólo transiciones temporizadas)	2	0	1	1	0	0	0
	1	0	0	1	1	0	0
	1	0	1	0	0	1	0
	0	0	0	0	1	1	0
	1	0	0	1	0	1	0
	1	0	1	0	1	0	0
	0	0	0	0	0	2	0
	0	0	0	0	2	0	0
<b>MARCADOS EVANESCENTES</b> (Habilitan transiciones inmediatas)	1	1	1	1	0	0	0
	0	1	0	1	1	0	0
	2	0	0	1	0	0	1
	0	1	1	0	0	1	0
	2	0	1	0	0	0	1
	1	0	0	0	0	1	1
	1	0	0	0	1	0	1
	0	1	0	1	0	1	0
	0	1	1	0	1	0	0

Programación Concurrente:  
Redes de Petri

Mercedes Granda  
Departamento de Electrónica y Computadores

16



## RdP CON TIEMPOS DETERMINISTAS GENERALIZADAS (GTPN)



- En las **RdP con tiempos deterministas generalizadas (GTPN)**, a cada transición de la red se le asigna un tiempo de disparo fijo y una probabilidad de disparo para resolver los conflictos que aparecen en la red.
- Se analizan utilizando la teoría de los procesos de Markov, lo que permite **evaluar** las prestaciones del sistema.
- Una transición tiene asociado un tiempo de duración del disparo determinista. Se definen los sucesos de **comienzo** y **final** del disparo y, entre ellos, el disparo está **en progreso**.

## RdP CON TIEMPOS DETERMINISTAS GENERALIZADAS (GTPN)



Disparo de las transiciones de una GTPN:

- 1) El disparo se inicia en el mismo momento en que se habilita la transición.
- 2) La retirada de los testigos de las plazas de entrada de las transiciones se produce al comienzo del disparo.
- 3) Los testigos se depositan en las plazas de salida de las transiciones al finalizar el disparo.
- 4) No se permite que una transición se habilite mientras está disparándose.
- 5) Mientras el disparo de la transición está en progreso, el tiempo para que el disparo finalice, lo que se denomina **tiempo para la conclusión del disparo (remaining firing time, RFT)**, decrece desde su valor inicial, igual a la duración del disparo, hasta cero (sin producir un cambio en el marcado de la red).

## RdP CON TIEMPOS DETERMINISTAS GENERALIZADAS (GTPN)



- El estado de las GTPN se define de modo diferente al de las redes de Petri estándar porque ahora el disparo de una transición no es una operación atómica.
- **En las GTPN, un estado es un vector de marcado y un conjunto de RFTs.** Debido a que puede haber disparos en progreso cuando ocurre un cambio en el marcado, la distribución de testigos define sólo parcialmente el estado de la red y se debe incluir también el tiempo que queda para la conclusión de cada disparo en progreso, esto es, su RFT.
- El siguiente estado se genera por un conjunto de comienzos de disparo o un conjunto de finales de disparo que ocurren simultáneamente.

## REDES DE PETRI ESTOCÁSTICAS EXTENDIDAS (ESPN)



- La principal limitación de las SPN es el requerimiento de distribuciones exponenciales para los tiempos de disparo.
- Para eliminar esta limitación, se proponen las redes de **Petri estocásticas extendidas (Extended Stochastic Petri Nets, ESPN)**, que permiten que los tiempos de disparo de las transiciones tengan una distribución de probabilidad arbitraria.
- Las ESPN se analizan generando su árbol de alcanzabilidad y resolviéndolo como un proceso de Markov ó semi-Markov en los casos que sea posible o mediante técnicas de simulación.